1186

NOÇÕES DE ASTRONOMIA

52

POR

Sebastião Francisco Alves

CAPITÃO DE ENGENHEIROS

E

PROFESSOR ADJUNCTO DO COLLEGIO MILITAR

Bibliotheca da Escola Polytechnica
SÃO PAULO

OFFERTA, 1938

Nº 9611

RIO DE JANEIRO
Officina Polytechnegraphica — M. Orosco & C. — Quitanda, 38.
1904

DEDALUS - Acervo - EP-EPBC
52
AI87a
Nocoes de astronomia /
31200010825

Planetario

52
Al 87 a

1138

9611

Bibliotheca da Escola Polytechnica
SÃO PAULO

NOÇÕES DE ASTRONOMIA

INTRODUCÇÃO

Definição e dominio da astronomia, seu problema geral e sua divisão

Toda a sciencia tem sempre por fim o estudo das leis dos phenomenos correspondentes, afim de podermos prevel-os e modifical-os á medida de nossas necessidades e tanto quanto o permittirem os nossos meios de acção, d'onde o preceito: *conhecer para prever, afim de providenciar.*

Temos a attender então no nosso estudo ás seguintes considerações: *os objectos a estudar e os meios de que dispomos para estudal-os.* Os objectos a estudar em astronomia são necessariamente os *astros* e o unico meio de que dispomos para fazer

---

NOTA—Este trabalho é o conjuncto das lições professadas pelo seu auctor, quando regeu a aula de *Noções de Astronomia* no Collegio Militar, inspirando-se nas doutrinas de A. Comte, cuja *Astronomia Popular* procurou adaptar ao programma então seguido n'aquelle instituto de ensino.

1136

o seu estudo é a visão, simplesmente a visão e mais nada; ora, como por esse meio só podemos apreciar de objectos longinquos, como são os corpos celestes, as fórmas, as distancias, as grandezas e os movimentos, segue-se que o estudo da astronomia limita-se tão sómente ao conhecimento dos phenomenos geometricos e mecanicos que apresentam os corpos celestes, sendo-nos totalmente impossivel conhecer os phenomenos physicos, chimicos, biologicos ou sociologicos, que por ventura se realizem n'esses corpos, phenomenos estes que não podem ser constatados pela simples visão, de tal sorte que si a Humanidade fosse céga não haveria astronomia para ella, por mais intelligente que fosse.

Em astronomia não podemos, como em outras sciencias, fazer experiencias ou comparações, limitando-nos tão sómente á simples observação dos phenomenos correspondentes. Não podemos fazer experiencias porque não temos elementos para modificar um phenomeno celeste qualquer, por isso mesmo que as leis astronomicas são tambem as unicas, que sendo fataes como as outras, são além d'isso immutaveis; todo mundo poderá modificar um phenomeno physico, chimico, biologico ou sociologico, mas ninguem será capaz de pretender, por exemplo, modificar a inclinação do eixo da terra, o que acarretaria portanto uma modificação correspondente e profunda nos phenomenos astronomicos; a nossa industria não chegará jamais a essa perfeição. Não podemos tambem fazer comparação alguma porque não conhecemos outro systema planetario além do nosso

9611
Bibliotheca da Escola Polytechnica
SÃO PAULO

para compararmos com elle. Assim é que devemos nos resignar em astronomia á simples observação e essa mesma limitada ao unico sentido da visão.

Por estas considerações que acabamos de fazer, é que se considera a astronomia como a mais simples de todas as sciencias, pelo que é collocada em primeiro logar na respectiva classificação, pois que o seu estudo limitando-se aos phenomenos geometricos e mecanicos que se realizam nos corpos celestes, ella depende tão sómente da mathematica, cujo emprego torna-se ahi de uma extensão admiravel, o que não acontece com as outras sciencias, onde o emprego da mathematica é por vezes quasi nenhum.

A sciencia astronomica é tão simples, os seus phenomenos são tão pouco complicados, que foi a primeira sciencia explorada pelos antigos e tambem por elles completamente constituida, pois, tudo quanto sabemos de essencial hoje já elles o sabiam, não tendo nós feito mais do que crear a mecanica celeste, que é toda devida aos modernos, e aperfeiçoar os instrumentos astronomicos de observação parallelamente com o aperfeiçoamento da industria moderna. Isto quer dizer que em astronomia nada mais de essencial teremos de apprender além do que já sabemos, a não ser que queiramos perder o nosso tempo em especulações inuteis e sem vantagem alguma real, o que não se dá com as outras sciencias, que por serem muito mais complicadas se acham tambem mais atrazadas.

Tendo mostrado quaes os phenomenos que devemos unicamente estudar em astronomia e

qual a sua posição na encyclopedia dos conhecimentos humanos, vamos agora ver quaes os corpos celestes que pertencem ao seu dominio. Para isso vamos dividil-os em duas classes: uma constituida por aquelles que juntamente com a *Terra* giram ao redor do nosso *sol* e aos quaes chamaremos—*astros interiores*—são os *planetas* com seus *satellites* e os *cometas;* a outra constituida por aquelles que até hoje têm denotado uma completa independencia do nosso systema solar e aos quaes chamaremos—*astros exteriores*—são as *estrellas*. Pois bem, pertencem ao dominio da nossa astronomia sómente os astros interiores, unicos cujo estudo se prende á nossa existencia e por isso mesmo nos inspiram o maximo interesse, pois que os astros exteriores até hoje têm demonstrado, como já dissemos e havemos de verificar repetidas vezes no nosso estudo, acharem-se completamente isolados do systema solar ao qual pertence o planeta que habitamos, não nos servindo senão como pontos fixos de referencia nas observações.

Assim pois, a nossa astronomia limita-se ao estudo dos corpos que giram ao redor do nosso sol e que constituem juntamente com elle o nosso *mundo*, razão porque é algumas vezes denominada *astronomia solar*.

Podemos agora definir rigorosamente a astronomia, quanto ás suas funcções e quanto ao seu dominio, dizendo que ella é constituida pelo estudo dos phenomenos geometricos e mecanicos que se realizam nos corpos celestes que juntamente com o nosso planeta giram ao redor do nosso sol, o seu problema geral consistindo no seguinte:

Bibliotheca da Escola Polytechnica
SÃO PAULO

determinar n'um momento dado qual a posição relativa de um astro qualquer no céo, ou vice-versa, *que horas são quando um astro qualquer occupa tal posição no céo.*

Realmente, seja qual for a questão de astronomia que estejamos resolvendo, ella entra sempre dentro d'esse enunciado e a sua solução será sempre uma resposta a esse problema geral. Supponhamos, por exemplo, que se queira determinar que horas são n'um momento dado; bastanos para isso procurar saber que posição no céo occupa o Sol n'aquelle momento; que se queira ainda fixar o momento em que se dará um eclypse do Sol ou da Lua; bastará determinar o momento em que o Sol ou a Lua estejam n'um determinado ponto do céo de sorte a dar-se o eclypse. Como estes, poder-se-ha imaginar uma infinidade de outros exemplos, que virão sempre mostrar que realmente o problema que se procura resolver tratando de uma questão qualquer de astronomia é sempre aquelle que acabamos de enunciar.

De accordo com a definição rigorosamente exacta que demos da astronomia, vê-se que fóra da astronomia solar não ha astronomia para nós; só poderá haver confusão.

Do que fica dito conclue-se ainda que o estudo da astronomia fica dividido do seguinte modo: de um lado a geometria celeste, de outro a mecanica celeste, que por sua vez se divide em estatica celeste e dynamica celeste, segundo se consideram os phenomenos independentes do movimento dos corpos em questão ou os phenomenos

devidos a esse movimento, conforme o quadro seguinte :

- Astronomia
  - Geometria celeste
  - Mecanica celeste
    - Estatica celeste
    - Dynamica celeste

A *geometria celeste* estuda as fórmas, distancias, grandezas e movimentos, *quanto á existencia geometrica sómente,* dos corpos que constituem o dominio da astronomia, ao passo que a mecanica celeste estuda tambem esses mesmos movimentos, debaixo porém de um ponto de vista mais elevado, decompondo-os em movimentos elementares reductiveis a uma lei unica — *a lei de gravitação de Newton*—que domina desde então o conjuncto dos phenomenos astronomicos, ligando-os além d'isso aos nossos principaes phenomenos terrestres, isto é,ligando a astronomia á physica pelos phenomenos barologicos, cujo agente physico é a *gravidade.*

Trataremos aqui tão sómente do estudo da geometria celeste e esse mesmo limitado aos phenomenos mais simples e essenciaes, de modo a podermos ficar bem conhecendo o nosso systema planetario.

Começaremos tomando conhecimento com a astronomia cultivada pelos antigos na sempre memoravel Escola de *Alexandria* e resumida no systema de *Ptoloméo,* mostrando o modo pelo

Bibliotheca da Escola Polytechnica
SÃO PAULO

qual os antigos concebiam o nosso systema planetario e como elles explicavam os diversos phenomenos celestes, para em seguida estudarmos a astronomia moderna resumida no systema de *Copernico.*

Circulos da esphera celeste—Coordenadas astronomicas

Antes de começarmos o estudo da astronomia cultivada pelos antigos vamos tomar conhecimento com os diversos circulos da esphera celeste, aos quaes devemos referir todas as nossas observações astronomicas, ao mesmo tempo que iremos determinando certas grandezas que pelo seu concurso simultaneo podem fixar a posição de um astro ou de um ponto qualquer no céo e que tomam o nome de *coordenadas astronomicas,* como por exemplo, o *azimuth* e a *altura,* a *declinação* e a *ascensão recta,* etc.

Para isso supponhamos a abobada estrellada, fig. 1, perfeitamente espherica e girando ao redor de um eixo *PP'* chamado *eixo polar* ou *linha dos pólos,* perpendicular a um circulo *E M' E'*, cujo plano passa pelo centro da esphera, e que se chama *equador celeste.*

O equador celeste, como se vê, divide a esphera celeste em dois hemispherios, um dos quaes *E P E'*, que fica do lado do *norte* e se chama *hemispherio septentrional* ou *boreal,* e outro *E P' E'* que fica do lado do sul e é chamado

9611

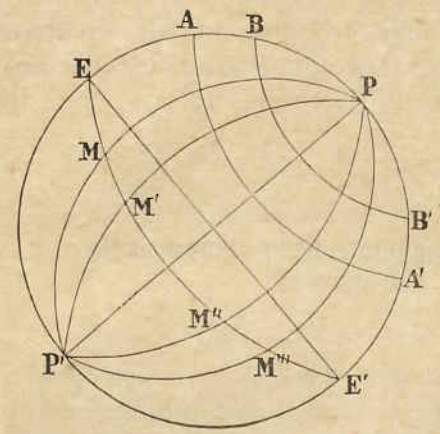

FIG. 1

hemispherio meridional ou *austral;* o pólo *P*, que fica no hemispherio boreal, se chama *pólo do norte* e o outro *P'*, que fica no hemispherio austral, é chamado *pólo do sul.*

Todos os circulos parallelos ao equador, taes como *A A'*, *B B'*, etc., são chamados *circulos parallelos* ou simplesmente *parallelos* e os circulos perpendiculares aos primeiros passando pelos pólos, taes como *PMP'*, *PM' P'*, *PM'' P'*, *PM''' P'*, etc., são chamados *circulos meridianos* ou simplesmente *meridianos.*

Seja agora, fig. 2, a *Terra T*, que supporemos espherica e concentrica com a esphera celeste *H P' P.* Consideremos ahi na Terra um ponto qualquer *A* de sua superficie, onde se acha collocado o observador; o plano representado pela recta *H H'* tangente á superficie da Terra no ponto *A* é o que se chama o *horizonte* do observador, que é portanto perpendicular á vertical que passa pelo referido ponto, chamando-se *vertical* de um ponto qualquer *A* da superficie da Terra a linha recta *A T* que une esse ponto ao centro da Terra; como se vê, o plano do horizonte encontrando a esphera celeste é naturalmente terminado por uma circumferencia de circulo.

Attendendo agora á distancia infinita e incalculavel que nos separa da esphera celeste, podemos suppor a Terra reduzida a um ponto, que será o seu centro *T*, por onde supporemos sempre passar o horizonte nas nossas observações, o qual será então o plano representado pela recta H_1 H_2 parallelo portanto ao primeiro; d'ahi a distincção que se costuma fazer, chamando-se ao plano *H H' horizonte visual* e ao plano H_1 H_2 *horizonte racional.*

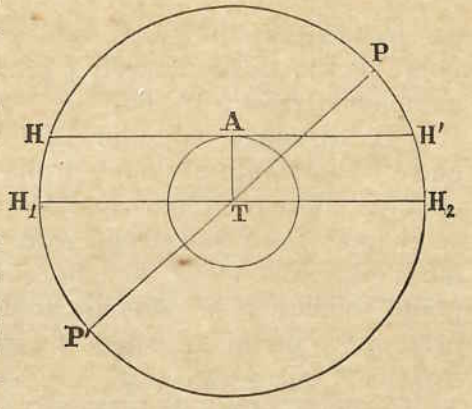

FIG. 2

Supponhamos agora, fig. 3, *H H'* o nosso horizonte encontrando a esphera celeste *HZH'Z'*; o ponto *Z* onde a vertical do observador prolongada superiormente vae furar a esphera celeste se chama *zenith* do observador e

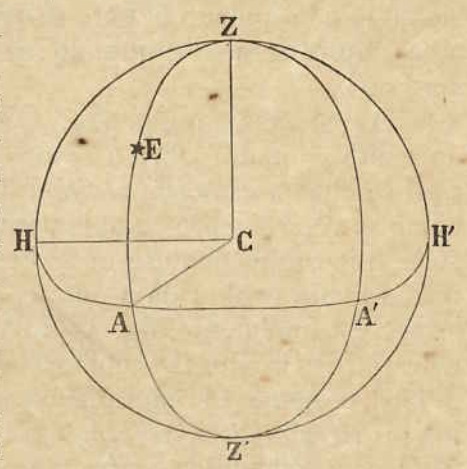

FIG. 3

Bibliotheca da Escola Polytechnica
SÃO PAULO

os circulos perpendiculares ao horizonte passando pelo zenith, taes como $Z\,A\,Z'$, $Z\,A'\,Z'$, etc., se chamam *circulos verticaes*.

A distancia angular $A\,E$ comprehendida entre o horizonte e uma estrella qualquer E e contada sobre o circulo vertical da mesma estrella se chama *altura* da estrella E e o angulo $H\,C\,A$ medido pelo arco $H\,A$ comprehendido entre um ponto qualquer H do horizonte tomado para origem e o ponto A onde o circulo vertical da estrella E encontra o horizonte, se chama *azimuth* da estrella E. Os azimuths são contados sempre a partir do ponto *norte* ou do ponto *sul* e no sentido de *leste* para *oeste* de 0° a 360°, ou de 0° a 180° indicando-se então o lado *leste* ou *oeste* onde se acha o astro, como por exemplo, S 25° E. Vê-se pois que, conhecendo-se o azimuth e a altura de um astro qualquer, fica determinada a sua posição no céo; quando o astro se achar no horizonte a sua altura será 0° e quando se achar no zenith será 90°.

A distancia angular $E\,Z$, que vae da estrella ao zenith contada sobre o respectivo circulo vertical se chama *distancia zenithal* da estrella E, que como se vê, é sempre complementar da altura, de sorte que conhecendo-se uma d'estas duas coordenadas ficará conhecida a outra.

Seja finalmente, fig. 4, $E\,P\,E'\,P'$ a abobada celeste; os circulos taes como $P\,A\,P'$, aos quaes já demos o nome de meridianos, são tambem chamados *circulos de declinação* e a distancia angular $A\,D$ comprehendida entre um astro qualquer A e o equador e contada sobre o circulo de declinação d'esse astro, se chama *declinação* do astro A, chamando-se *ascensão recta* do mesmo astro a distancia $V\,D$ comprehendida entre um certo ponto V do equador tomado para origem e o ponto D, em que o circulo de declinação do astro corta o equador; o ponto V tomado para origem da contagem das ascensões rectas é um ponto especial do equador, a que se dá o nome de *ponto vernal* e com o qual tomaremos conhecimento mais tarde. As declinações são contadas de 0° a 90° e são *austraes* ou *boreaes*, conforme o astro se acha no hemispherio do sul ou no do norte; as ascensões rectas são contadas de 0° a 360° e no sentido de *léste* para *oeste*. Desde que se conheça a declinação e a ascensão recta de um astro qualquer, ficará determinada a sua posição no céo; quando o astro se achar no equador a sua declinação será nulla.

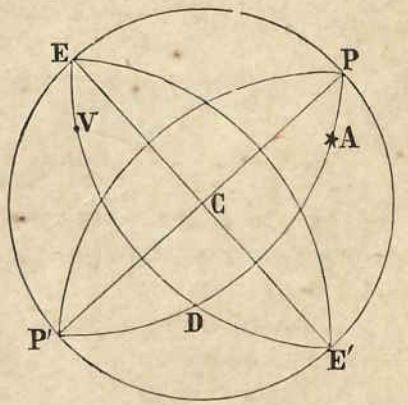

FIG. 4

A distancia angular $A\,P$ que vae do astro ao pólo contada sobre o respectivo circulo de declinação se chama *distancia polar* do astro A, que é como se vê, complementar da declinação, de sorte que conhecendo se uma d'essas coordenadas ficará conhecida a outra.

Como o eixo da Terra se confunde com o eixo celeste, dão-se aos diversos circulos traçados sobre a sua superficie os mesmos nomes que correspondem aos seus similares da esphera celeste; assim é que temos tambem o *equador terrestre*, os *parallelos* e *meridianos terrestres*, etc.

PRIMEIRA PARTE

Astronomia Antiga

Lei do movimento diurno da esphera celeste — Pontos cardeaes — Meridiana Determinação da altura do pólo

Tendo mostrado o destino da astronomia e o seu dominio e determinado qual o seu problema geral, devemos agora começar o seu estudo pela apreciação do espectaculo diario do céo, n'aquillo porém que elle offerece de commum a todos os tempos e a todos os logares, sem attender ainda á distincção que fizemos entre os astros interiores e os exteriores, o que será assumpto de outro paragrapho.

Trata-se portanto de instituir a lei que deve regular o movimento diurno da esphera celeste pela apreciação do espectaculo diario do céo.

Se por uma bella noite, a olho desarmado e de uma situação um pouco elevada, afim de apa-

nharmos o maior numero possivel de astros, observarmos por algum tempo o que se passa no céo, apreciaremos o seguinte espectaculo fornecido pelo movimento continuo dos corpos celestes, cuja lei vamos procurar apanhar.

A maior parte dos astros parecem levantar-se para o lado do oriente, elevando-se em seguida acima do horizonte até certa altura propria a cada um d'elles, para descerem depois e desapparecerem do lado do occidente, tornando-se invisiveis até a noite seguinte, em que elles reproduzem o mesmo phenomeno e assim successiva e periodicamente; outros, geralmente em numero muito menor, conservam-se sempre acima do horizonte, de onde se afastam e se approximam entre dois limites fixos para cada um d'elles e durante o mesmo periodo de tempo já considerado. Se quizermos continuar as observações interrompidas durante o dia pela luz solar, podemos fazer uso de uma luneta e veremos a continuidade do espectaculo observado durante a noite.

A confusão que ao principio apresenta a infinita diversidade de todos esses movimentos desapparece bem depressa, desde que observarmos que no meio de todas essas variações continuas ha um facto notavel que chama immediatamente a nossa attenção, é a fixidez geral dos aspectos que apresentam os diversos astros, grupados sempre identicamente, de modo a nos apresentarem sempre a mesma disposição; assim é que aquelles que uma vez se nos apresentam em linha recta, ou formando um certo triangulo ou outra figura qualquer, conservam sempre as mesmas configurações,

apezar de seus movimentos respectivos, o que se póde verificar facilmente com o auxilio de desenhos sufficientemente fiéis, que serão sempre os mesmos, como acontece com os desenhos feitos ha mais de vinte seculos e que ainda hoje são uma copia fiel da abobada estrellada. A constellação do *Cruzeiro*, por exemplo, que foi adoptada na nossa bandeira nacional, guarda ainda hoje e guardará eternamente a mesma configuração que ha muitos seculos atraz.

Qual será pois a lei que rege esse movimento continuo e periodico dos corpos celestes, apresentando eternamente o mesmo espectaculo? Qual a hypothese que devemos formular para explicar esse movimento? Attendendo ao espectaculo observado e á fixidez dos aspectos que acabamos de apreciar, basta para isso suppormos todos esses astros como engastados n'uma esphera que se move ao redor de um eixo passando pelo olho do observador e convenientemente inclinado sobre o horizonte do logar; desde então, cada um dos mesmos astros descreverá diariamente uma circumferencia de circulo ao redor d'esse eixo, e a hypothese formulada será sempre confirmada pelos factos observados, porque então todos aquelles astros bastante afastados do pólo visivel d'essa esphera que imaginámos, tendo um circulo diario sufficientemente grande, deverão apresentar o phenomeno do *levantar* e do *deitar*, ao passo que os que estiverem muito proximo d'aquelle pólo não apresentarão esse phenomeno, por terem um circulo diario muito pequeno, a ponto de não attingirem o horizonte, e aos quaes se dá por isso o nome muito caracteristico de *circumpolares*.

Estabelecida assim esta simples hypothese sobre o movimento continuo e periodico dos corpos celestes, vamos agora transformal-a n'uma verdadeira lei natural susceptivel de continuas verificações e de uma precisão verdadeiramente mathematica, caracter que não póde ainda offerecer tal hypothese nos termos em que se acha estabelecida.

Para isso devemos fazer duas séries de observações, umas horizontaes para attendermos aos astros que apresentam um levantar e um deitar e outras verticaes para attendermos tambem aos circumpolares, que não comportam observações horizontaes, por isso que os seus circulos diarios não attingem o horizonte.

Para fazermos as observações horizontaes supponhamos a fig. 5 o nosso horizonte e occupemos o seu centro C; tomemos em seguida uma luneta munida de um circulo horizontal competentemente graduado e apontemol-a successivamente para diversos astros na occasião em que elles surgem no horizonte em A, B, D, etc. e na occasião tambem em que elles desapparecem em

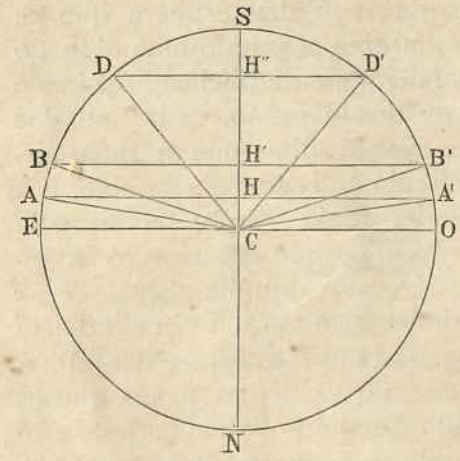

FIG. 5

A', B', D', etc. e figuremos no papel os azimuths correspondentes ACE, BCE, DCE, $A'CO$, $B'CO$, $D'CO$, etc.; notaremos sempre, qualquer que seja o numero de astros observados, que os arcos EA, AB, BD, etc., correspondentes aos pontos do levantar são perfeitamente eguaes aos arcos OA', $A'B'$, $B'D'$, etc. correspondentes aos pontos do deitar, isto é, que as cordas AA', BB', DD', etc., que unem os pontos A, B, D, etc. do levantar aos pontos A', B', D', etc. do deitar, são parallelas entre si, confirmando assim a nossa hypothese, que fazendo os astros descreverem circulos parallelos entre si, deve tambem determinar o parallelismo entre as intersecções dos planos d'esses circulos com o horizonte, intersecções que são justamente as cordas referidas acima.

Antes de passarmos ás observações verticaes devemos dizer que os diametros NCS e OCE, dos quaes o primeiro é perpendicular e o segundo parallelo ás cordas que unem o levantar ao deitar de cada astro, determinam duas direcções principaes que importa muito conhecer, visto o seu emprego continuo nas observações astronomicas; o primeiro NS, conhecido sob o nome de *meridiana*, marca sobre o horizonte em N e S os pontos *norte* e *sul* e o segundo marca ahi em E e O os pontos *léste* e *oeste*. Não se deve confundir oriente e occidente com os pontos léste e oeste, que são unicamente os pontos E e O do horizonte, dando-se então o nome de *oriente* a todos os pontos do horizonte que se acham ao lado direito do observador collocado com a sua frente para o norte e o nome de *occidente* aos que se acharem do lado esquerdo.

Para fazermos agora as observações verticaes, tomemos a mesma luneta munida porém de um outro circulo tambem graduado, fig. 6, cujo plano seja perpendicular ao plano do primeiro segundo a linha $N\,S$ e apontemol-a para os mesmos astros no momento da sua *culminação*, que é a sua maior altura sobre o horizonte; reconheceremos logo que, apesar da diversidade de suas alturas AN, BN, DN, etc. esses pontos se acham todos situados n'um mesmo plano vertical $ZNZ'S$, chamado *meridiano*, que passa pelo diametro $N\,S$ da fig. 5 e é perpendicular ás cordas do levantar e do deitar.

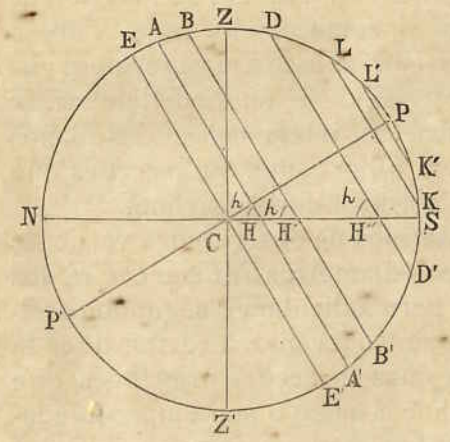

FIG. 6

Se figurarmos além d'isso no papel como na fig. 6 os angulos observados AHC, $BH'C$, $DH''C$, etc. correspondentes a esses diversos pontos culminantes, veremos que elles são todos eguaes entre si, e desde então podemos confirmar definitivamente o parallelismo dos circulos diarios correspondentes aos astros observados, como já o haviamos feito nas observações horizontaes.

O diametro obliquo PP' perpendicular aos planos dos circulos diarios constituirá o eixo ideal ao redor do qual se movem todos os astros e que fica assim perfeitamente determinado, pois que

vê-se na fig. 6 que elle se acha contido no plano do meridiano formando com o horizonte um angulo PCH complementar da commum inclinação h dos circulos diarios sobre o mesmo horizonte; esse eixo toma o nome de *eixo polar* ou *linha dos pólos*, como já vimos.

A altura PS do pólo sobre o horizonte do logar é um elemento fundamental em astronomia, pois que essa altura é sempre *numericamente* egual á latitude do logar, como veremos mais tarde, assim como daremos d'aqui a pouco um outro processo muito simples para determinal-a com auxilio das *circumpolares*.

Resta agora descobrir si os planos dos circulos em que se movem os astros circumpolares são tambem parallelos entre si e portanto parallelos aos primeiros. Para isso basta fazer com relação aos seus pontos de maior e de menor elevação sobre o horizonte o mesmo que fizemos com os pontos culminantes dos astros que apresentam um *levantar* e um *deitar*, ou, como se costuma dizer, um *nascer* e um *occaso*; observaremos então, fig. 6, que esses dois pontos de maior e menor elevação L e L', K e K', etc., se acham tambem contidos no plano do meridiano e que os intervallos LL', etc. comprehendidos entre os pontos de maior elevação são perfeitamente eguaes aos intervallos KK', etc., comprehendidos entre os pontos de menor elevação, o que confirma a hypothese do parallelismo dos circulos diarios d'esses astros e tambem, por conseguinte, a nossa hypothese fundamental.

Esta observação vem nos mostrar tambem que a altura PS do pólo sobre o horizonte é sempre egual á semi-somma das alturas meridianas de uma estrella circumpolar qualquer, chamando-se *altura meridiana* de um astro a sua altura na occasião em que elle atravessa o meridiano.

Realmente tem-se, fig. 6 :

$$LS = LP + PS$$
$$KS = PS - PK$$
$$LS + KS = LP + PS + PS - PK$$

porem:

$$LP = PK$$

logo :

$$LS + KS = 2\,PS$$

d'onde :

$$PS = \frac{LS + KS}{2},$$

como queriamos provar. Aqui no Observatorio do Rio de Janeiro a altura do pólo sobre o horizonte é de 22° 54' 23",8.

Para completar agora a nossa hypothese tornando-a uma verdadeira lei natural, de modo a podermos a cada instante definir qual a verdadeira posição astronomica de um certo astro observado, ou viceversa, tornal-a emfim susceptivel de verdadeiras previsões, caracter essencial de toda a lei natural, é preciso determinarmos qual a velocidade do movimento diario commum a todos os astros que acabamos de observar. A supposição

mais simples que podemos fazer a esse respeito e de accordo com os factos observados é julgar o movimento uniforme, isto é, que todos os astros descrevem uniformemente em seus circulos diarios respectivos 360° em 24 horas e portanto 15' em cada minuto e 15" em cada segundo de tempo, de sorte que cada circulo diario fica dividido ao meio tanto em tempo como em espaço pelo plano do meridiano, que tira d'essa propriedade o seu nome caracteristico.

O movimento diario do céo, assim considerado como espherico e uniforme, comporta agora uma plena apreciação, conduzindo-nos a exactas previsões e dando logar a uma confrontação decisiva com as observações directas, como o tem indicado uma experiencia continua ha já trinta seculos.

Tudo quanto fica dito n'este paragrapho póde agora ser resumido na seguinte lei, que regula o movimento diurno do céo : *Os astros suppostos engastados na esphera celeste giram com ella do oriente para o occidente, ao redor de um eixo que passa pelo olho do observador e convenientemente inclinado sobre o horizonte, de modo a descreverem uniformemente circulos parallelos no espaço de 24 horas*.

Processos destinados á verificação do movimento espherico e uniforme da esphera celeste

O movimento diurno da esphera celeste, tal como ficou estabelecido anteriormente, comporta agora uma plena apreciação, conduzindo-nos a

exactas previsões e dando logar a uma confrontação decisiva com as observações directas.

Essa confrontação póde ser feita por tres processos desegualmente perfeitos, ainda que equivalentes, aos quaes podemos dar os nomes de — *mecanico, geometrico e numerico*.

O processo mecanico, mais antigo e mais imperfeito que os outros dois, consiste no uso de um globo disposto de modo a imitar o movimento da esphera celeste. Sobre esse globo collocado de maneira que o seu eixo tenha sobre o horizonte a mesma inclinação que tem o eixo da esphera celeste no logar considerado, é facil marcar a posição relativa de cada astro isoladamente, observando n'um instante qualquer a sua altura sobre o horizonte, como tambem o seu azimuth.

Assignalada assim a posição de um primeiro astro, facil será assignalar do mesmo modo a de todos os outros, tendo o cuidado porém de fazer girar o globo de uma quantidade equivalente ao intervallo de tempo comprehendido entre as duas observações, correspondendo a cada hora quinze gráus, conforme ficou dito anteriormente; porque entre duas observações feitas a esphera tem girado de uma certa quantidade, que será, por exemplo, de 15° si o intervallo das duas observações tiver sido de uma hora.

Póde-se simplificar e abreviar muito a operação observando cada astro na occasião de nascer ou quando elle passa no meridiano, porque então a sua posição ficará assignalada, no primeiro caso pelo azimuth e no segundo pela altura, tão sómente.

Bibliotheca da Escola Polytechnica
SÃO PAULO

Exemplifiquemos a questão e supponhamos o nosso globo representado na fig. 7.

Seja *PP'* a linha dos polos, sendo *HAH'* o nosso horizonte, e, supponhamo-nos no observatorio do Rio de Janeiro, onde a altura do polo sobre o horizonte é de 23° 54' 30" proximamente. Collocaremos então o globo de modo que o eixo *PP'* tenha uma inclinação *PH'* de 23° 54' 30" sobre o horizonte.

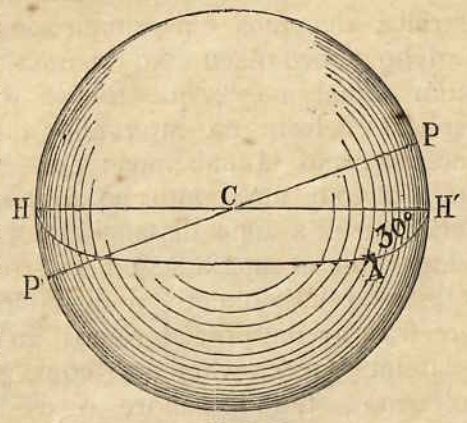

FIG. 7

Assim disposto o globo e munidos de uma pendula sideral, observamos uma primeira estrella na occasião em que ella surgir no horizonte e determinaremos com um instrumento proprio o seu azimuth, notando na pendula a hora da observação. Supponhamos que o azimuth da estrella é de 30° e que a pendula marca 7 horas na occasião precisa da observação; então assignalaremos no nosso globo com um ponto *A* a uma distancia de 30° a partir de *H'* e na altura do horizonte o logar onde foi vista a estrella na esphera celeste. Para assignalar agora uma segunda estrella, observamol-a do mesmo modo que a primeira na occasião em que ella surgir no horizonte e determinaremos o seu azimuth, tomando nota tambem da nova

hora marcada pela pendula; supponhamos que o azimuth observado foi de 45° e que a pendula marcava 8 horas; então, para assignalar esta nova estrella, devemos em primeiro logar fazer voltar o globo sobre o seu eixo de uma quantidade angular egual a 15°, que foi de quanto voltou a esphera celeste no intervallo das duas observações, como já sabemos; em seguida assignalaremos com um ponto no globo, na altura do horizonte e a uma distancia de 45° do ponto *H'* o logar que occupa a segunda estrella na esphera celeste, relativamente á primeira. Com uma terceira estrella procederemos do mesmo modo e assim successivamente com tantas quantas quizermos, tendo sempre o cuidado essencial de voltar o globo de uma quantidade angular correspondente ao intervallo de tempo comprehendido entre cada duas observações consecutivas; ficarão assim marcadas sobre o globo as posições relativas de todas as estrellas observadas.

Desde então, se munirmos esse globo, representado na fig. 8, de um circulo horizontal fixo *HH'* e de mais dois outros, sendo um movel *PMP'M'* perpendicular ao primeiro e outro *RR'* fixo tambem á esphera no polo P, poderemos num instante qualquer saber qual a verdadeira posição de um certo astro no céo, ou inversamente, a que horas deve um certo astro occupar tal posição dada; pois, o circulo fixo no polo, dividido convenientemente em vinte e quatro horas, determina o movimento da esphera celeste pelo tempo decorrido e é chamado por isso *circulo horario* e o circulo movel marca a distancia angular de cada

astro ao horizonte, isto é, a sua altura, sendo o azimuth correspondente marcado pelo circulo horizontal. Se, pois, o jogo d'este apparelho der indicações confirmadas pela observação, segue-se que a lei do movimento espherico e uniforme estabelecida por nós, acha-se plenamente demonstrada Ora, é o que tem indicado sempre uma experiencia continua, ha já trinta seculos.

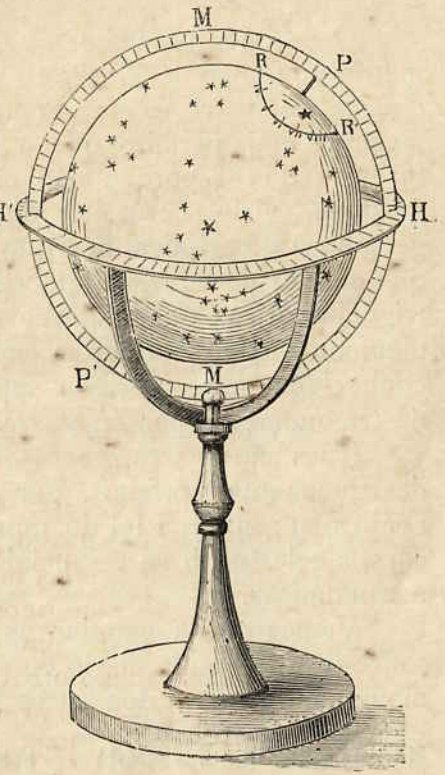

FIG. 8

Um tal apparelho, como se vê, acompanhado de uma pendula ou munido de um movimento de relojoaria, poderá imitar perfeitamente o movimento da esphera celeste. Cumpre notar que a hora considerada aqui é a hora sideral e não a hora solar, que differe da primeira, como veremos mais adiante.

Este processo mecanico, que acabamos de estudar, onde se empregam machinas, posto que

muito imperfeito, foi o primeiro empregado pelos astronomos da antiguidade e ainda é usado hoje, quando não se necessita de grande rigor nas observações.

O segundo processo, que surgiu com a geometria no tempo de *Thalès* e *Pythagoras*, emprega figuras geometricas em vez dos globos e por isso mesmo é mais perfeito que o primeiro. Não trataremos d'este porque não cabe em nosso programma, visto necessitar de conhecimentos de geometria descriptiva, nem tão pouco do terceiro, que em vez de figuras e globos emprega formulas trigonometricas, que traduzem as relações entre os elementos que se querem conhecer e outros já conhecidos; este processo surgiu com a creação da trigonometria por *Hypparco*.

Taes são os tres processos equivalentes, mas desegualmente perfeitos, por meio dos quaes se confirmou sempre a lei do movimento diurno dos corpos celestes, base essencial de todas as noções astronomicas.

Vamos agora estudar as modificações que soffre o espectaculo diario do céo, em virtude do movimento proprio dos astros interiores.

Modificações que apresenta o espectaculo diario do céo em virtude do movimento proprio dos astros interiores. Estudo especial do movimento apparente do Sol. Obliquidade da ecliptica. Solsticios. Pontos equinoxiaes.

Poisque a astronomia solar tem por objecto principal o estudo dos phenomenos geometricos e mecanicos que nos apresentam os astros interiores, é claro que ella consiste no estudo das variações regulares que apresenta o espectaculo diario do céo, conforme foi apreciado no capitulo precedente, quando se consideram ahi os astros interiores, os quaes participando, como os exteriores, do movimento espherico e uniforme que acabámos de estudar, têm comtudo um movimento que lhes é proprio e que dá logar justamente ás variações a que nos referimos. O mesmo não acontece com os astros exteriores, as estrellas, cujos elementos astronomicos, como por exemplo o logar ou o instante da passagem no meridiano ou no horizonte, não soffrem modificação alguma notavel, por cujo motivo deu-se-lhes o nome de astros exteriores, para distinguil-os dos astros interiores, isto é, o Sol, os planetas com seus satellites e os cometas, unicos pertencentes ao nosso systema planetario e cujo estudo sómente constitue a nossa astronomia, pois que os astros exteriores só nos servem como pontos de referencia nas observações, por serem os unicos pontos que podemos considerar fixos no céo, como teremos muitas occasiões de verificar no decurso do nosso estudo.

E' pois o estudo mathematico do movimento proprio dos astros interiores que vamos agora fazer, considerando sómente o principal desses astros, que é o Sol, pois que o mesmo estudo poderá ser identicamente feito com relação a todos os outros.

Para fazer o estudo das variações que apresenta o movimento do Sol relativamente ao das estrellas, vamos observal-o durante o decorrer

de um anno, notando diariamente não só o logar e a hora em que elle se levanta e se deita no horizonte, como tambem o logar e a hora em que elle atravessa o meridiano, que é quando elle attinge a sua maior altura sobre o horizonte.

Para isso comecemos a observar o levantar e o deitar do Sol justamente no dia do *equinoxio* do outomno, a 21 de Março, e, supponhamos a fig. 9 o nosso horizonte, em cujo centro *C* nos supporemos collocados.

Além de notar que o Sol não se levanta nem se deita todos os dias á mesma hora, veremos que no dia 21 de Março elle se levanta exactamente no

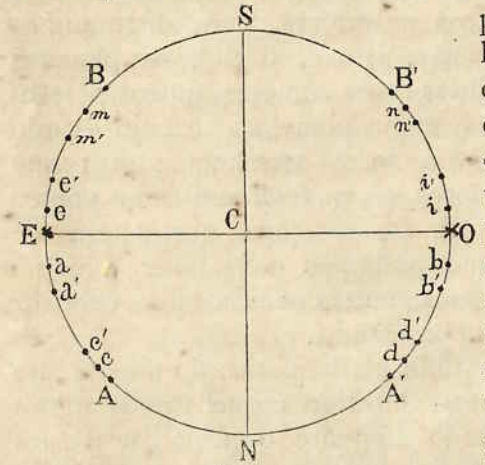

FIG. 9

ponto léste *E* do horizonte e se deita no ponto oeste *O*; dia a dia porém elle vai nascendo em pontos *a*, *a'*, etc., e se deitando em pontos *b*, *b'*, etc. cada vez mais proximos do norte *N*, até o dia 21 de Junho, em que elle parece levantar-se em *A* e deitar-se em *A'*; em seguida elle parece retrogradar diariamente levantando-se em pontos *c*, *c'*, etc. e deitando-se em pontos *d*, *d'*, etc. cada vez mais proximos dos pontos *E* e *O*, até o fim do segundo

trimestre a 21 de Setembro, dia do *equinoxio* da primavera, em que elle se levanta novamente em *E* e se deita em *O*; no trimestre seguinte o seu movimento se opera de modo identico porém em sentido contrario, levantando-se em pontos *e*, *e'*, etc. e deitando-se em pontos *i*, *i'*, etc. cada vez mais proximos do sul *S*, até 21 de Dezembro, dia em que elle se levanta em *B* e se deita em *B'*, para em seguida retrogradar novamente, levantando-se em pontos *m*, *m'*, etc. e deitando-se em pontos *n*, *n'*, etc. cada vez mais proximos dos pontos *E* e *O*, até 21 de Março, em que torna a levantar-se em *E* e deitar-se em *O*, como um anno antes já o fizera. Dahi em diante continua o seu movimento annual periodico, sempre o mesmo, constituindo a duração desse periodo um *anno solar* propriamente dito, assim como o tempo comprehendido entre dois levantar consecutivos desse astro constitue o *dia solar*. Essas quatro porções em que fica assim dividido o anno, e que supporemos por emquanto eguaes, soffrem pequenas variações, como veremos mais tarde. Notar-se-ha ainda que o Sol se move com mais rapidez no tempo dos equinoxios do que nas épocas oppostas, em que elle parece estacionar algum tempo antes de retrogradar, pelo que se deu a essas duas épocas, 21 de Junho e 21 de Dezembro, o nome caracteristico de *solsticios*, que quer dizer *o sol está parado*.

Ora, estas observações no horizonte nos mostram já claramente que o Sol, participando do movimento diario da esphera celeste, commum a todos os astros e segundo o qual cada

astro descreve um circulo parallelo ao equador, offerece mais um movimento annual que lhe é proprio e que lhe faz descrever cada dia um parallelo differente, desde o maior *EO*, que é o proprio equador, até o menor, que elle descreve por occasião dos solsticios, o que não acontece com as estrellas, que descrevem eternamente o mesmo parallelo, demonstrando assim não pertencerem ao nosso systema solar, como teremos ainda muitas occasiões de verificar.

Vamos agora confirmar a nossa supposição sobre o movimento proprio do Sol, por meio das observações sobre o meridiano, que julgaremos representado na fig. 10.

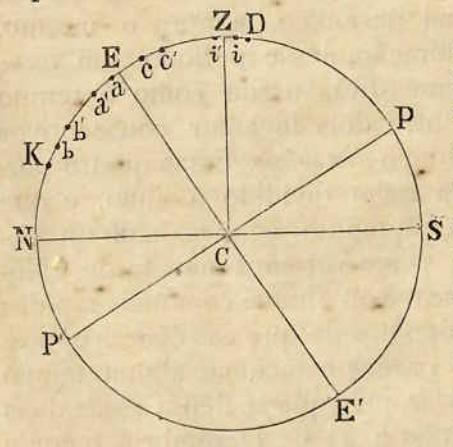

FIG. 10

Para isso, ao mesmo tempo que observamos o levantar e o deitar do Sol, si observarmos tambem a sua maior altura sobre o horizonte, por occasião ainda do equinoxio do outomno, quando elle se levanta justamente no ponto léste e se deita no ponto oeste, reconheceremos que n'esse dia elle atravessa o meridiano exactamente em *E*, de sorte que o circulo que elle descreve é o proprio equador, e, como esse circulo é sempre dividido em duas partes eguaes pelo horizonte,

qualquer que seja a altura do polo, segue-se que quando o Sol caminha por elle, o dia é egual á noite para todos os habitantes da terra, pelo que se deu a esse dia notavel o nome de *equinoxio*.

Continuando as observações, veremos que durante o primeiro trimestre, emquanto o Sol vae se levantando em pontos cada vez mais afastados do equador, sua maior altura *EN*, vae diminuindo e elle vae atravessando o meridiano em pontos *a*, *a'*, etc., cada vez mais proximos do polo norte, até attingir a altura *KN* por occasião do solsticio, a 21 de Junho, isto é, no dia em que elle se levantou em *A* e se deitou em *A'*, na fig. 9. Durante o trimestre seguinte a sua maior altura *KN* vae crescendo e elle vae atravessando o meridiano em pontos *b*, *b'*, etc., cada vez mais proximos do ponto *E* e portanto retrogradando para o equador *EE'* que elle descreve novamente por occasião do equinoxio da primavera a 21 de Setembro. Em seguida elle vae se afastando do equador, porque a sua maior altura *EN* continuando a augmentar, vae elle atravessando o meridiano em pontos *c*, *c'* etc., cada vez mais proximos do polo sul, até attingir o ponto *D* por occasião do solsticio a 21 de Dezembro, dia em que elle nasce em *B* e se deita em *B'*, na fig. 9. Finalmente, no ultimo trimestre elle se approxima novamente do equador *EE'*, pois que sua maior altura *DN* começando outra vez a diminuir, elle vae atravessando o meridiano em pontos *i*, *i'* etc., cada vez mais proximos do equador, que elle descreve outra vez a 21 de março, depois de um anno decorrido, para reproduzir periodicamente o mesmo phenomeno.

Eis ahi o espectaculo que nos é offerecido pelo Sol em seu movimento proprio.

Como explicar agora essas variações apresentadas pelo movimento desse astro, tão differente do das estrellas, que nascem, passam no meridiano e se deitam sempre á mesma hora e nos mesmos pontos do céo?

Basta para isso supponmos que o Sol, além do movimento circular que lhe é dado pela esphera celeste ao redor da linha dos polos *PP'*, fig. 11, tem ao mesmo tempo um movimento de translação que elle executa por si mesmo em um circulo *QVQ'* inclinado sobre o equador *EVE'*, ao qual dá-se o nome de *ecliptica*, que podemos definir como sendo *o grande circulo que o sol parece descrever no seu movimento annual ao redor da Terra*.

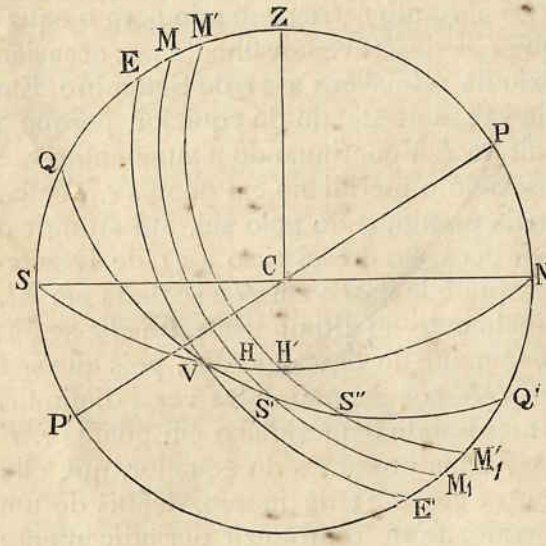

FIG. 11

Com esta hypothese que acabamos de estabelecer e que vae servir de fundamento á lei que regula o movimento do Sol com todas as suas variações, fica explicado o motivo porque esse astro não nasce, não se deita, nem atravessa o meridiano todos os dias no mesmo ponto e á mesma hora, pois que cada dia que passa, tendo o sol percorrido uma certa porção da ecliptica, elle virá atravessar o horizonte e o meridiano em pontos e a horas necessariamente differentes. Assim, quando elle estiver no ponto *S'*, fig. 11, da ecliptica *QVQ'*, atravessará o horizonte *SHN* no ponto *H* e o meridiano no ponto *M*, descrevendo nesse dia o parallelo MM_1 em virtude do movimento diurno; no dia seguinte porém, tendo elle já caminhado na ecliptica, não se achará mais em *S'* e sim n'outro ponto *S''*, de sorte a atravessar agora o horizonte em *H'* e o meridiano em *M'* descrevendo o parallelo $M'M'_1$ em virtude do movimento diurno, e assim successivamente.

A nossa hypothese, portanto, relativa ao movimento do Sol será esta: *o Sol caminha por si só em um circulo inclinado sobre o equador no decurso de um anno, ao mesmo tempo que é arrastado pela esphera celeste em seu movimento diurno, de modo a parecer que descreve cada dia um parallelo differente, desde o equinoxio até os solsticios*.

Para que esta nossa hypothese agora constitua uma lei, de sorte a podermos determinar sempre qual o logar occupado pelo Sol na ecliptica n'uma occasião dada, ou vice-versa, devemos determinar:

1º a inclinação da ecliptica sobre o equador

2º os pontos em que esses dois circulos se cortam e que são chamados *pontos equinoxiaes*;

3º qual o sentido em que caminha o Sol na ecliptica.

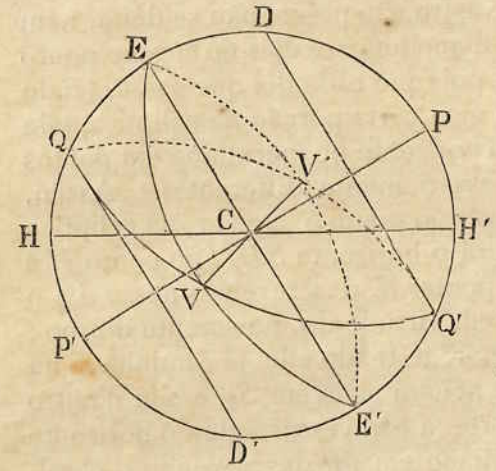

FIG. 12

Para determinar a inclinação EQ da ecliptica QVQ fig. 12, sobre o equador EVE', inclinação a que se dá o nome de *obliquidade da ecliptica*, basta observar a maior altura DH e QH do Sol por occasião de um e outro solsticio, porque a semi-differença entre essas duas alturas será a medida procurada, pois tem-se: $DH = EH + ED$ e $QH = EH - EQ$.

Subtrahindo-se essas egualdades ordenadamente, vem $DH - QH = ED + EQ$, porém $ED = EQ$ logo $DH - QH = 2\,EQ$, d'onde se tira:

$$EQ = \frac{DH - QH}{2}$$

que prova a nossa proposição.

Para ter pois a obliquidade da ecliptica observa-se a maior altura do Sol n'um dos solsticios, faz-se a mesma observação no solsticio opposto, subtrahe-se a menor altura observada da maior e toma-se metade d'essa differença para a obliquidade procurada. Esta obliquidade determinada pela primeira vez por *Eudoxo*, natural de *Cnide* e contemporaneo de *Aristoteles*, está calculada em 23° 27' 35" ou 23° ½ proximamente.

Para determinar agora os pontos equinoxiaes V e V', isto é, quaes os pontos do céo em que a ecliptica córta o equador, e que são justamente os pontos em que o Sol nasce no horizonte por occasião dos equinoxios, basta determinar em um desses dois dias a posição de uma estrella que nasce juntamente com o Sol, porque a posição da estrella determinará um dos pontos equinoxiaes e portanto tambem o outro, que lhe é diametralmente opposto.

Eis ahi como começamos a nos servir das estrellas para nos indicar no céo um ponto fixo, pois tal é o unico officio que ellas têm em astronomia, como repetidas vezes havemos de verificar.

O ponto V em que o Sol se acha na ecliptica no dia do equinoxio do outomno, isto é, quando elle vae do hemispherio austral para o hemispherio boreal, chama-se *ponto vernal* e é indicado geralmente pelo signal ♈, que se diz *aries*, indicando-se o ponto opposto V' pelo signal ♎, que se diz *libra*; a linha recta que une esses dois pontos se chama *linha equinoxial* ou *dos equinoxios*.

Ficando assim determinada a posição do *ponto vernal* relativamente a uma certa estrella, poderemos sempre que quizermos apontar a nossa luneta para esse ponto, que não é aliás assignalada no céo, como poderia sel-o por uma estrella.

E' o ponto vernal, determinado por uma das intersecções da ecliptica com o equador, que serve de origem para a contagem das *ascensões rectas*, como já ficou dito anteriormente; a ascensão recta do astro A, fig. 13, onde EE' representa o

equador e QQ' a ecliptica, será pois o arco VR do equador, comprehendido entre o ponto vernal V e o circulo de declinação PAP' correspondente ao astro em questão, podendo a ascensão recta ser expressa em *gráus* ou em *tempo* a razão de 15° por hora, pois tal é a velocidade do ponto vernal em seu movimento diurno; em geral os astronomos exprimem a ascensão recta em tempo, de sorte que uma ascensão recta de 30° 15' 30", por exemplo, elles dirão de preferencia $2^h\ 1^m\ 2^s$, contando as ascensões rectas em tempo desde o até 24 horas.

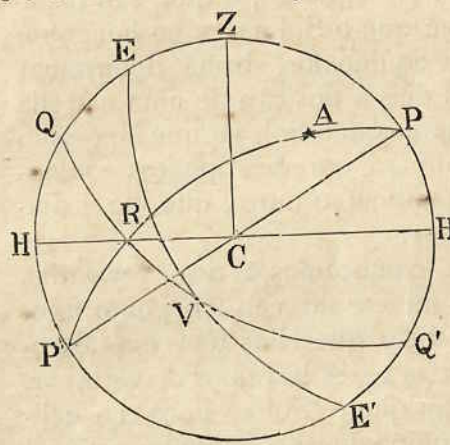

FIG. 13

Falta-nos determinar agora si o caminho feito pelo Sol na ecliptica é do *oriente* para o *occidente* ou em sentido contrario. Para isso basta observarmos em um dia qualquer uma estrella que se levante juntamente com o Sol e ver nos dias seguintes qual o que nasce primeiro; si fôr o sol é claro que elle caminha no mesmo sentido que a estrella e si fôr a estrella, será o contrario. Ora, si fizermos essa observação, veremos que a estrella adianta-se do sol quatro minutos por dia, isto é, 120 minutos ou duas horas por mez e 24 horas ou um dia por anno, de sorte que uma estrella

que nascer com o sol n'um certo dia, só d'ahi a um anno nascerá novamente com elle.

Do que fica dito conclue-se que o Sol caminha na ecliptica em sentido contrario ás estrellas, isto é, do *occidente* para o *oriente*.

Podemos agora enunciar a lei que regula o movimento do Sol na ecliptica, dizendo: *o Sol descreve uniformemente, com um movimento de translação proprio do occidente para o oriente e no decurso de um anno, um grande circulo inclinado de 23° 27' 35" sobre o equador, ao mesmo tempo que é arrastado pela esphera celeste em seu movimento diurno, de sorte a parecer que descreve diariamente um parallelo differente, desde o equinoxio até os solsticios.*

Estabelecida assim a lei que regula o movimento do Sol, estamos agora preparados para determinar, sempre que quizermos, qual a sua posição na ecliptica n'um momento qualquer, o que póde ser feito por um dos processos já indicados, mecanico, geometrico ou numerico.

Pelo processo mecanico basta traçar n'um globo convenientemente disposto, como o que já ficou descripto precedentemente, fig. 8, um circulo inclinado de 23° 27' 35" sobre o equador para representar a ecliptica, dividil-o em 365 partes eguaes correspondentes aos dias do anno, marcando no ponto vernal o dia 21 de Março, e, poder-se-ha assim acompanhar, ainda que grosseiramente, a marcha do sol durante o anno inteiro e deduzir d'ahi todos os seus elementos astronomicos e circumstancias correspondentes.

O periodo gasto pelo sol em percorrer toda a ecliptica chama-se *anno solar* dando-se o nome

de *dia solar* ao intervallo de tempo comprehendido entre dois *levantar* consecutivos d'esse astro, conforme já ficou dito atraz, o anno solar tendo pouco mais de 365 *dias*, o dia 24 *horas*, a hora 60 *minutos* e o minuto 60 *segundos*. Agora, o intervallo de tempo comprehendido entre duas passagens consecutivas de uma mesma estrella pelo meridiano do logar se chama *dia sideral*, que se divide tambem em 24 horas, como o dia solar, sendo que o dia sideral é menor de quatro minutos que o dia solar, como já vimos, de tal sorte que o relogio que marca o tempo solar terá um movimento differente do que marca o tempo sideral, pois que emquanto um marca 24 horas o outro marcará 24 horas e quatro minutos. E' por isso que dissemos anteriormente que, quando se trata de verificar a lei do movimento diurno da esphera celeste, deve-se considerar a *hora sideral* marcada pela *pendula sideral*, nome dado ao relogio que marca o *tempo sideral*, e não a *hora solar* marcada pelo *relogio solar*, havendo entretanto em astronomia processos para transformar o tempo sideral em tempo solar e vice-versa, mas que não entram em nosso programma de estudo. Mais tarde voltaremos a este assumpto e faremos um estudo especial e mais detalhado sobre a medida do tempo.

Esta marcha geral que seguimos aqui para apanhar a lei que regula o movimento do Sol, seguiriamos egualmente para outro qualquer astro interior e veriamos que todos elles apresentam, além do movimento diurno commum a todos os astros, mais um movimento de translação identico ao do Sol segundo circulos differentemente inclinados sobre o equador e sempre do occidente para o oriente;

as unicas differenças notaveis que encontrariamos seriam as inclinações das orbitas sobre o equador e o tempo empregado por cada astro em percorrel-as, desde o periodo de 27 dias mais ou menos empregado pela Lua, até o periodo secular de mais de cem annos empregado por Neptuno.

Veremos mais tarde que esse movimento que parece ter o Sol não é senão apparente, pois que é a Terra que apresenta na realidade tal movimento e não elle, como pensavam os antigos.

Esta primeira apreciação do movimento annual do Sol nos conduz já á theoria astronomica das estações, de que vamos tratar em seguida.

Theoria Astronomica das Estações

Vamos ver como o estudo do movimento apparente do Sol, tal qual acabámos de fazer, vae nos permittir estabelecer a theoria astronomica das estações, sobre a qual se baseia essencialmente a theoria physica correspondente, para o que devemos pôr de parte ao principio toda a consideração de temperatura, afim de melhor caracterizar as differenças geometricas que apresentam as quatro estações do anno e que resultam necessariamente do caminho feito pelo Sol, segundo que elle fica de um lado ou do outro do equador, ou que se afasta ou se approxima delle. Desta sorte um observador qualquer, garantido de toda impressão thermometrica, poderá, limitando-se a observar as passagens successivas do Sol no horizonte ou no meridiano, determinar com precisão qual a estação correspondente á epocha da observação.

Para isso bastará examinar si as passagens do Sol, no horizonte por exemplo, se fazem para o lado do norte ou para o lado do sul, o que determinará logo si a estação é boreal ou austral, isto é, si o Sol se acha no hemispherio septentrional ou no meridional; para distinguir depois as duas estações de cada especie, bastará observar duas passagens consecutivas do Sol para descobrir si elle se dirige de um equinoxio para um solsticio, ou vice-versa. Assim é que para nós, que nos achamos no hemispherio austral, a estação será *fria* quando o Sol se achar no hemispherio boreal e *quente* quando se achar no nosso hemispherio; no primeiro caso, será *outono* ou *inverno* conforme o Sol se dirige para o solsticio ou para o equinoxio e no segundo caso será *primavera* ou *verão* nas mesmas condições.

Exemplifiquemos, e seja a fig. 14 o nosso horizonte collocado no hemispherio austral; tracemos

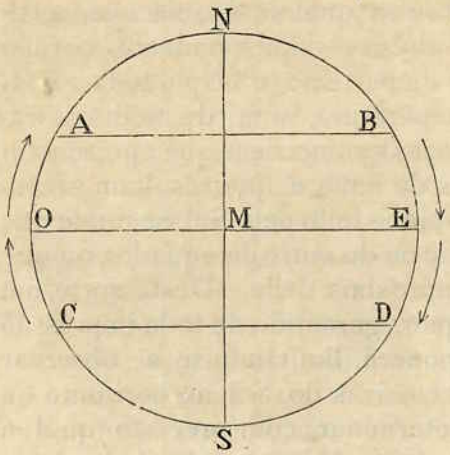

FIG. 14

ahi a nossa meridiana *N S*, que como sabemos divide ao meio as cordas que unem o levantar ao deitar dos astros, e em seguida tracemos tambem a linha *leste oeste*, perpendicular á primeira. Observemos agora o leva..tar

do Sol num dia qualquer considerado; estaremos na estação fria si o Sol se levantar entre os pontos *E* e *B* e na estação quente si elle se levantar entre os pontos *E* e *D*, pois as rectas *A B* e *C D* representam os parallelos descriptos pelo Sol nos dias de solsticio; observando agora o levantar do astro em dois dias consecutivos teremos inverno si elle se dirigir de *B* para *E*, primavera si se dirigir de *E* para *D*, verão si de *C* para *O* e outono si de *O* para *A*.

Vê-se pois como a observação de um simples phenomeno geometrico nos indica logo a estação correspondente, independente de qualquer consideração thermometrica, pois que, para os habitantes do hemispherio austral será primavera todas as vezes que o Sol se dirigir do equinoxio para o solsticio correspondente e será verão no caso contrario; será outono quando o Sol se dirigir do equinoxio para o solsticio opposto e inverno no caso contrario; o mesmo se dará para os habitantes do outro hemispherio, de sorte que as estações de um hemispherio estão sempre em opposição ás do outro.

Essas observações pódem tambem ser feitas attendendo á desegual duração dos dias e das noites. Com effeito, em virtude da inclinação da ecliptica sobre o equador, os dias vão crescendo e as noites diminuindo todas as vezes que o sol se dirige do equinoxio para o solsticio correspondente ao hemispherio do observador, dando-se o contrario quando o Sol retrograda para o equinoxio; o inverso se dá para o mesmo hemispherio com relação ao solsticio opposto, de sorte

que deve haver uma occasião em que o dia será perfeitamente egual á noite, que é justamente o dia do equinoxio, em que o Sol descreve o equador, o que se dá duas vezes por anno, produzindo o equinoxio do outono e o da primavera ; deve tambem haver um dia maior que todos os outros e tambem uma noite, é então por occasião dos solsticios, do verão no primeiro caso e do inverno no segundo, como se póde verificar na fig. 15, que é o nosso meridiano, onde *HH'* representa o horizonte, *EE'* o equador e *AB* e *CD* os parallelos solsticiaes, as linhas negras representando a duração do dia, isto é, o tempo que o Sol leva acima do horizonte. Em resumo, quando o Sol se achar no hemispherio do observador, os dias serão maiores que as noites e será primavera ou verão segundo que os dias vão crescendo ou diminuindo; quando o Sol se achar no hemispherio opposto, os dias serão menores que as noites e será outono ou inverno, para o mesmo observador, conforme os dias forem diminuindo ou crescendo. Basta pois observar a duração dos dias e das noites de accordo com o que

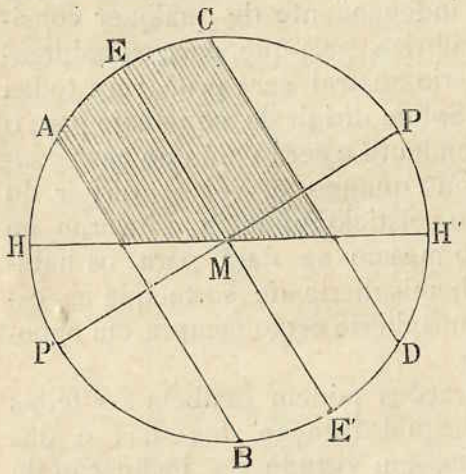

FIG. 15

fica dito para se distinguir logo qual a estação em que nos achamos.

E' preciso observar que, attendendo ao nosso modo de contar as horas sempre a partir do meridiano, a hora do levantar do Sol addicionada á hora do seu deitar deve perfazer sempre uma somma de 12 horas, de sorte que sabendo-se a que hora o Sol nasceu em um dia qualquer, saber-se-ha a que hora elle se deitará, e haverá sempre em cada logar da terra tantas horas para dia como para noite durante o anno, além de que a duração do maior dia será egual á da maior noite, salvo pequenas variações devidas á differença entre o tempo verdadeiro marcado pelo Sol e o tempo médio marcado pelos nossos relogios, que este primeiro estudo approximativo do Sol não nos póde dar e que serão conhecidas mais tarde, o que dá logar tambem a uma differença apreciavel entre a duração das estações boreaes e a das austraes.

Eis ahi em que consiste a theoria astronomica das estações, base essencial da theoria physica correspondente, que naturalmente modificará as suas condições de existencia de accordo com as circumstancias locaes, sem comtudo alteral-a de modo algum.

Como se vê, a theoria astronomica das estações, tal qual acabamos de estudar, resulta tão sómente da inclinação do plano da ecliptica sobre o do equador, pois que, bastava que esses planos coincidissem para que essa theoria deixasse de existir, porque então teriamos eternamente uma e unica estação, pois que os dias seriam por toda a parte e sempre eguaes ás noites, como acontece para os

habitantes do equador, cuja circumferencia o Sol descreveria sem cessar. No planeta Jupiter, por exemplo, a diversidade das estações é quasi nulla, pois que a sua orbita quasi coincide com o equador do planeta, mas em compensação e para consolo nosso, planetas ha, como Mercurio por exemplo, cuja orbita é quasi perpendicular ao equador, de sorte a offerecer uma diversidade enorme de estações.

Muita gente pensa erradamente que a diversidade das estações é devida a não se conservar a Terra á mesma distancia do Sol durante o anno, circumstancia essa que nada influe com relação á Terra, pois que para o hemispherio boreal é inverno justamente quando a Terra se acha mais perto do Sol e verão quando se acha mais distante; é verdade que essa circumstancia poderia tornar-se preponderante, se a differença entre a maior e a menor distancia a que a Terra fica do Sol durante o anno fosse muito sensivel, como acontece nos cometas, que tão depressa se approximam do Sol como já se afastam extraordinariamente delle; ahi sim, as variações da distancia do astro ao Sol durante o anno influem notavelmente nas variações thermologicas correspondentes. Mas na Terra, como se acaba de ver, não se dá o mesmo, de sorte que a diversidade das estações se daria independente das variações da distancia da Terra ao Sol, pois que a influencia dessas variações, é insignificante deante da obliquidade da ecliptica, unica causa da diversidade de estações no nosso planeta. Nos cometas dá-se o contrario, é a variação extraordinaria de suas distancias ao Sol que predomina sobre a

obliquidade da orbita correspondente e concorre com ella para que as variações da temperatura sejam muito mais pronunciadas que entre nós.

Assim pois, se o Sol em vez de seguir um caminho obliquo descrevesse sempre o equador, desappareceriam completamente todas as circumstancias tendentes a fazerem variar e modificar as estações e teriamos então um equinoxio eterno e uma unica e mesma estação para cada logar da Terra durante todo o anno.

Portanto, só e unicamente á obliquidade da ecliptica é devida a diversidade das estações aqui na Terra.

Variações que apresenta o espectaculo diario do céo para os observadores collocados sob um mesmo meridiano terrestre. — Latitudes geographicas — Demonstração mathematica da esphericidade da Terra — Theoria astronomica dos climas.

Depois de ter caracterizado precedentemente o espectaculo diario do céo, primeiro quanto á sua fixidez geral e depois quanto ás modificações especiaes devidas ao movimento proprio dos astros interiores, principalmente com relação ao sol, d'onde deduzimos a theoria astronomica das estações, vamos agora completar esse estudo fundamental e indispensavel, apreciando as mudanças mais ou menos pronunciadas que apresenta esse grande phenomeno aos diversos observadores que o contemplam ao mesmo tempo de differentes pontos da superficie da Terra.

Consideraremos primeiramente que os diversos observadores se acham collocados sobre um mesmo meridiano terrestre, para em seguida tratarmos do caso em que elles se acham em meridianos differentes. Supponhamos, pois, que um observador qualquer, sem mudar de meridiano, caminhe em direcção ao polo do norte e procuremos a lei geometrica que regula as variações que lhe offerece então o aspecto do céo, esse observador assim considerado representando por si só todos os observadores collocados sobre um mesmo meridiano terrestre. Elle verá em seu trajecto que certos astros desapparecem para o sul, emquanto que outros para o norte se tornam circumpolares, até chegar ao polo, onde todos os astros que se acham acima do horizonte serão circumpolares para elle; voltando agora pelo mesmo caminho em direcção ao polo do sul, elle verá d'esse lado começarem a surgir certos astros que se tinham tornado invisiveis, ao passo que do lado do norte começam os astros, de circumpolares que eram, a apresentar um nascer e um occaso, até que chegando ao equador elle verá todos os astros da esphera celeste se levantarem e se deitarem, conservando-se tanto tempo acima como abaixo do horizonte. Continuando sua marcha sempre pelo mesmo meridiano e em direcção ao polo do sul, elle verá d'esse lado certos astros se tornarem circumpolares, ao passo que do lado do norte irão outros desapparecendo sob o horizonte, até que chegado ao polo do sul todos os astros visiveis se tornarão circumpolares, como já havia acontecido no polo opposto.

Além d'esses phenomenos, o observador notará ainda que, á medida que caminha, os diversos astros observados, passando á mesma hora no meridiano, levantam-se e deitam-se comtudo a horas e em logares differentes.

No meio d'essa diversidade de aspectos, uma cousa entretanto se conserva constantemente a mesma, é a distancia reciproca dos diversos astros observados, conservando sempre a mesma configuração.

A que, pois, será devida essa diversidade enorme de aspectos, ao principio tão confusa? Attendendo á fixidez dos aspectos observados, essa diversidade nasce unicamente das variações que soffre a altura do polo sobre o horizonte, que vae mudando constantemente a medida que o observador caminha.

Assim pois, a nossa hypothese fundamental, que pareceu por um momento cahida por terra, fica mais uma vez confirmada e continuará a ser constantemente verificada por qualquer dos processos já citados, *mecanico*, *graphico* ou *numerico*.

A lei geometrica então que regula essa diversidade de aspectos, dando logar a que um mesmo astro seja na mesma occasião circumpolar para certos habitantes da Terra, apresente um nascer e um occaso para outros collocados no mesmo meridiano e se torne invisivel ainda para outros nas mesmas condições, essa lei reside justamente na variação da altura do polo sobre os diversos horizontes considerados; essa altura é sempre numericamente egual á latitude do logar, chamando-se *latitude* de um logar qualquer da Terra á distancia angular que vae desse logar ao equador, contada sobre o meridiano correspondente.

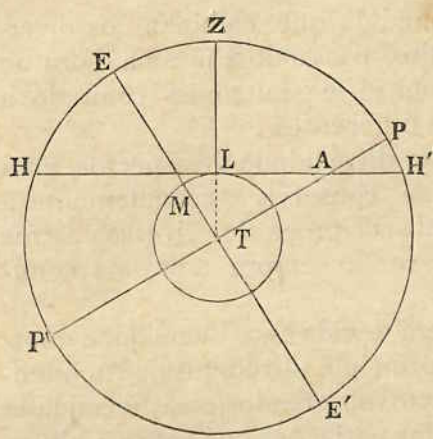

FIG. 16

Na fig. 16 vê-se que a altura PAH' do polo sobre o horizonte HH' do logar L da superficie da terra é evidentemente egual á latitude LM d'esse logar; a distancia PZ complementar da altura do polo sobre o horizonte é chamada *colatitude* do logar L considerado.

Na fig. 17 tem-se uma idéa perfeita dos phenomenos que acabamos de observar; T é a Terra, P e P' os dois polos, do norte e do sul, $PH'P'H''P$ o meridiano considerado e a, c, e, i, etc., diversas estrellas com os respectivos circulos diarios representados ahi por linhas rectas perpendiculares á linha dos polos.

Quando o horizonte do observador é HH as estrellas a e c são invisiveis para elle, as estrellas e, i, m, n, o, r, s, u apresentam um nascer e um occaso, as estrellas v, z são circumpolares; quando elle se dirige para o polo do norte P, mudando de horizonte para $H'H'$, já não vê as estrellas e, i, m, que desapparecem sob o horizonte do lado do sul, ao passo que do lado do norte vão se tornando circumpolares as estrellas u, s, r; continuando a caminhar para o norte, vão desapparecendo novas estrellas para o lado do sul, até que chegando ao polo no horizonte $H''H''$, perpendicular á linha dos pólos, todas as estrellas visiveis lhe serão circumpolares.

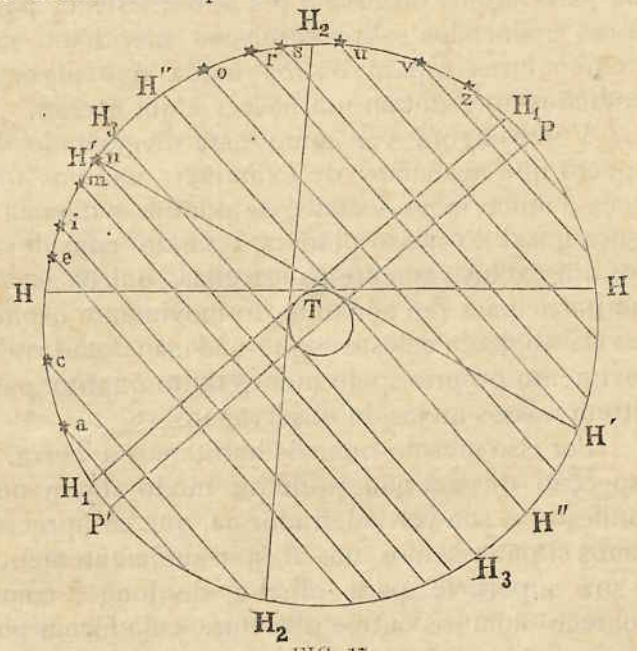

FIG. 17

Voltando agora e caminhando em direcção ao sul, certas estrellas n, m, i, e, c, a, que haviam desapparecido, começam a apparecer, até chegar ao equador no horizonte $H_1 H_1$, onde todas as estrellas nascem e se deitam para elle, de sorte que para os habitantes do equador não ha estrellas invisiveis, nem circumpolares; continuando sua marcha para o polo do sul P' até ter para horizonte H_2H_2, certas estrellas z, v, u, irão desapparecendo no lado do norte, ao passo que outras, como c, a, se tornarão circumpolares para o lado do sul, até que chegando ao polo do sul no horizonte H_3H_3, todas as estrellas visiveis serão circumpolares.

Assim pois, como já dissemos, certas estrellas que para alguns observadores são invisiveis, para outros collocados sobre o mesmo meridiano são circumpolares e para outros ainda nas mesmas condições apresentam um nascer e um occaso.

Vamos agora ver como essa diversidade de aspecto que acabamos de examinar, vae nos fornecer o unico meio decisivo de pôr em evidencia a figura geral do nosso planeta, quando consideramos ahi exclusivamente as estrellas, unicos astros que participam tão sómente do movimento espherico da abobada celeste e que não são dotados de movimento proprio, pelo menos tanto quanto permittem nossos meios de observação.

Por isso mesmo que nós habitamos a Terra, a inspecção directa não póde de modo algum nos manifestar a sua verdadeira fórma, que só apreciariamos si pudessemos nos afastar sufficientemente de sua superficie para olhal-a de longe, como acontece com os outros planetas, cuja fórma podemos distinguir, pelo facto justamente da enorme distancia a que nos achamos d'elles, pelo que somos obrigados a determinal-a racionalmente por meio de observações indirectas, como vamos fazer.

Ora, já vimos que a mudança constante que apresenta o aspecto do céo a um observador que caminha sobre o mesmo meridiano terrestre não passa de uma apparencia devida á variação tambem constante da altura do polo sobre os diversos horizontes, e, como sabemos que o polo é um ponto fixo no céo, segue-se d'ahi que quem varia em toda esta scena são justamente os horizontes do observador, que vão mudando de direcção a cada

Bibliotheca da Escola Polytechnica
SÃO PAULO

passo e tornando-se inclinados uns sobre os outros, o que é sufficiente para nos provar que a terra não é plana, porque n'esse caso os diversos horizontes seriam prolongamento uns dos outros e o aspecto do céo não se modificaria jamais, essas modificações podendo realizar-se sómente suppondo á Terra uma superficie redonda.

Eis ahi como um simples phenomeno geometrico nos denuncia a fórma espherica que podemos primeiramente attribuir á Terra e que jamais poderiamos descobrir pela observação directa, como já vimos ; mais tarde modificaremos essa fórma de accordo com os conhecimentos que formos adquirindo e á medida que as nossas observações se forem tornando mais precisas.

E' este o modo fundamental pelo qual ha 24 seculos, foi descoberta a esphericidade da Terra, que tem achado depois a mais plena confirmação em diversos phenomenos muito vulgares, como por exemplo, no nascer do sol que dá-se um pouco mais cedo e no seu occaso que dá-se um pouco mais tarde no cume de uma montanha do que na sua base, assim como o facto de um navegante que se approxima de uma costa e que ahi avista em primeiro logar os pontos culminantes dos objectos consideraveis, como sejam os vertices das torres, etc., para ver em seguida os outros pontos menos elevados. Existem tambem confirmações d'este facto nos phenomenos astronomicos, como seja a sombra circular projectada na lua pela terra por occasião dos eclipses d'aquelle astro. Todas essas circumstancias não se dariam se a Terra fosse plana.

Vamos agora instituir a theoria astronomica dos climas, nos servindo ainda da diversidade de aspecto que nos apresenta o céo quando caminhamos sobre o mesmo meridiano terrestre, considerando porem um unico astro, o Sol, para o que começaremos pelos dois casos extremos, segundo que o observador se acha no equador ou nos polos, d'onde concluiremos os casos intermediarios. Suppondo pois o observador no equador, fig. 18, elle verá os polos *PP'* no plano do seu horizonte e então os circulos diarios de todos os astros ficarão divididos ao meio por esse plano, o que dá logar a que os dias sejam n'essa região eternamente eguaes ás noites; como o equador celeste *EE'* passa então no zenith em *E*, os dois circulos extremos *DD'* e *KK'* descriptos pelo Sol por occasião dos solsticios, distando tão sómente $23^{0}1/2$ daquelle ponto, um ao norte e outro ao sul, fazem com que a differença das estações nos paizes equatoriaes seja muito menos pronunciada que nos outros paizes, pois que a distancia zenithal meridiana do Sol *DE* ou *KE* ahi attinge no maximo $23^{0}1/2$, como já ficou dito, fazendo com

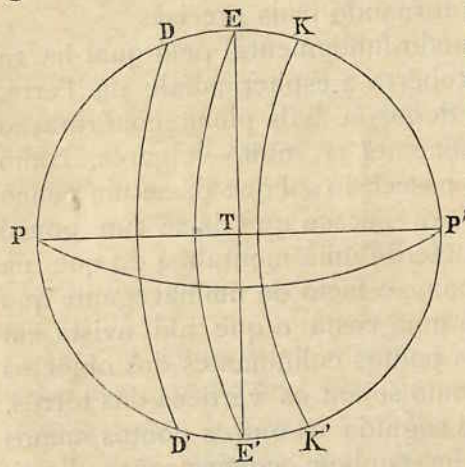

FIG. 18

que os raios solares sejam quasi perpendiculares ao horizonte durante todo o anno.

Suppondo agora o observador no polo, fig. 19, o seu horizonte *EE'* será perpendicular ao eixo polar e o seu zenith estará no polo em *P*; todos os astros visiveis serão então circumpolares e o Sol o será tambem em particular durante seis mezes, dando logar a que nessas regiões o dia dure seis mezes, assim como a noite; o effeito da refracção e do crepusculo, de que falaremos mais tarde, faz entretanto com que a luz do Sol só desappareça algum tempo depois de seis mezes, diminuindo assim a duração das noites e augmentando por conseguinte a dos dias. Acontece então que a differença das estações alli é a mais pronunciada possivel, pois que se caracteriza pela passagem brusca de um dia semestral para uma noite identica; tambem o dia astronomico nesse logar será determinado pelas passagens successivas do Sol n'um mesmo vertical ou meridiano.

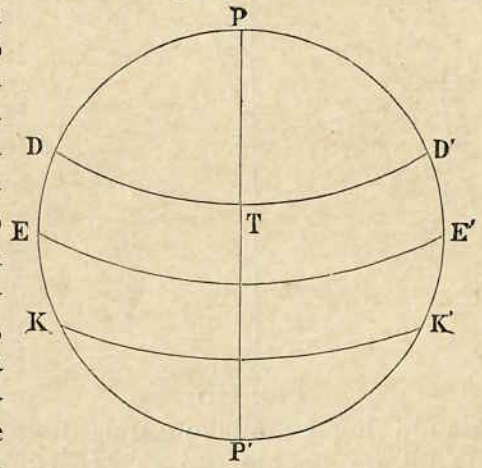

FIG. 19

A' medida que o zenith do observador fôr se afastando do polo, os dias vão se tornando me-

nores de seis mezes até $23^{\circ}\ 1/2$, onde o horizonte *HH'* do observador, fig. 20, tocando os solsticios em *H* e *H'* estabelecerá ahi um dia de 24 horas, quando o Sol descrever o circulo *HT*; esse dia irá diminuindo no decorrer do anno até o outro solsticio *H'* em que o Sol apenas attingirá o horizonte para desapparecer immediatamente, dando logar tambem a uma noite de 24 horas. D'ahi em deante até $23^{\circ}\ 1/2$ distante do equador, os dias e as noites não vão muito alem nem muito aquem de 12 horas, limite esse que é attingido no equador.

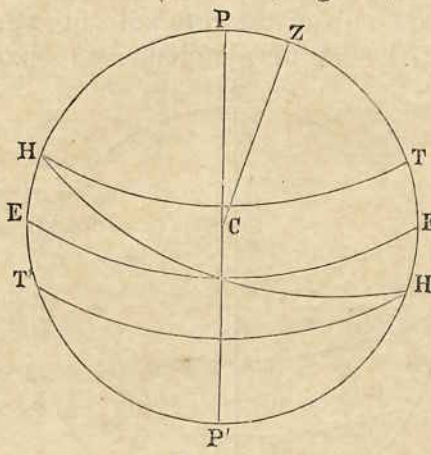

FIG. 20

D'ahi resulta ficar o globo terrestre dividido em cinco *zonas* ou *climas*, a saber: a zona *torrida* comprehendida entre os dois tropicos, as duas zonas *glaciaes* comprehendidas entre cada polo e o parallelo d'ahi distante $23^{\circ}\ 1/2$ e as duas zonas *temperadas* comprehendidas entre os tropicos e os parallelos que limitam as zonas glaciaes.

Os *tropicos*, que são dois circulos parallelos distantes $23^{\circ}\ 1/2$ do equador, são chamados tropico de *Cancer* o boreal e tropico de *Capricornio* o austral; os dois circulos que limitam as zonas glaciaes são chamados o do norte circulo polar *artico* e o do sul circulo polar *antartico*, como está indicado na fig. 21, que representa a superficie terrestre.

Vê-se aqui mais uma vez que os climas, do mesmo modo que as estações, são devidos á inclinação da ecliptica sobre o equador, podendo-se applicar aos climas as mesmas considerações que fizemos sobre as estações nos diversos astros interiores que constituem o nosso mundo.

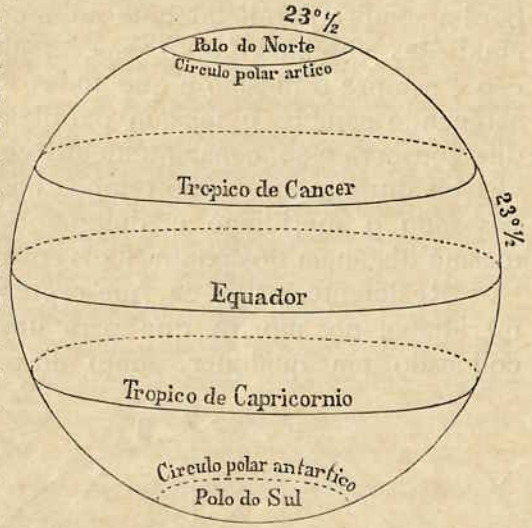

FIG. 21

Do mesmo modo que as estações, os climas podem ser mais ou menos modificados pelas circumstancias locaes, como acontece as mais das vezes.

Variações que apresenta o espectaculo diario do céo para os observadores collocados sob um mesmo parallelo terrestre. Longitudes geographicas e nauticas.

Para acabar de completar o nosso estudo preliminar do espectaculo fundamental do céo, só nos resta considerar as novas e ultimas va-

riações que apresenta esse espectaculo, quando em vez de mudarmos de parallelo, como já fizemos, mudamos ao contrario de meridiano, caminhando porém sempre parallelamente ao equador. Nessas condições veremos que o espectaculo diario do céo é sempre o mesmo e que todos os astros descrevendo sempre o mesmo parallelo no mesmo dia, conservam-se constantemente visiveis ou invisiveis durante o mesmo tempo, nascendo, atravessando o meridiano e deitando-se sempre á mesma distancia dos pontos fixos correspondentes.

Realmente, a fig. 22, que representa o nosso meridiano, nos mostra que para um observador collocado em qualquer ponto do parallelo ter-

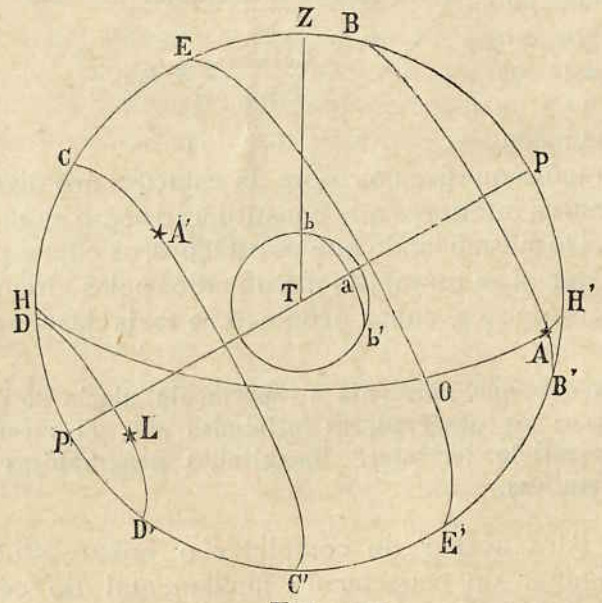

FIG. 22

restre *bab'*, um astro qualquer *A* descrevendo o parallelo *BAB'* se conservará sempre visivel durante o mesmo tempo, nascerá sempre sob um azimuth constante *AO*, atravessará o meridiano constantemente com uma mesma altura *BH'* e se deitará sempre com um azimuth egual a *AO*, factos que não se davam quando o observador caminhava sem mudar de meridiano, como vimos anteriormente. O mesmo se dará com o astro *A'* e com todos os astros visiveis, ao passo que um astro qualquer *L* invisivel no horizonte *HH'* selo-ha eternamente para todo o horizonte de um ponto qualquer do mesmo parallelo *bb'*, facto que não se dava tambem quando o observador caminhava sob o mesmo meridiano, pois vimos então que certos astros, de visiveis que eram, tornavam-se invisiveis á medida que o observador caminhava, e vice-versa, astros invisiveis iam surgindo gradualmente no horizonte.

Em que pois pódem consistir as differenças astronomicas proprias aos diversos meridianos terrestres, si o espectaculo diario do céo se conserva inalteravel, como acabamos de ver?

Si não tivessemos já demonstrado precedentemente a redondeza da Terra, não poderia de modo algum a observação directa nos suggerir essas differenças, á vista do espectaculo permanentemente identico que nos apresenta o céo, quando nos deslocamos sem mudar de parallelo, isto é, sem mudar de latitude. Entretanto, basta considerarmos a terra como uma superficie espherica concentrica á esphera celeste, para, attendendo ao movimento dos astros conforme

ficou estudado precedentemente, determinarmos logo as differenças de que se trata, pois que ellas consistem em que cada astro passará a horas differentes nos diversos logares collocados num mesmo parallelo, como nos mostra a fig. 23, que representa a superficie terrestre e onde *P* representa o polo do sul e *A*, *B*, *C*, *D*, etc., diversos pontos da Terra collocados no mesmo parallelo. Vê-se ahi que o Sol, ou outro qualquer astro, caminhando no sentido da flecha, passará no meridiano do observador collocado em *A* antes de chegar ao meridiano do observador collocado em *B*, o mesmo acontecendo relativamente aos

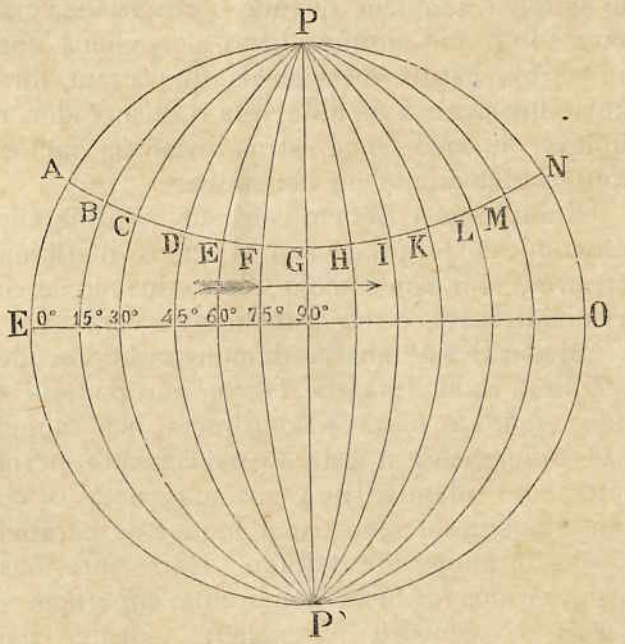

FIG. 23

outros observadores, *C*, *D*, etc., que irão por seu turno vendo nascer o astro á medida que elle fôr se afastando do meridiano que passa pelo primeiro observador collocado em *A* e se approximando do que corresponde ao ultimo observador collocado em *N* e que será tambem o ultimo a vel-o desapparecer.

De sorte que suppondo, como na figura, que entre os diversos observadores existe um intervallo de 15° por exemplo, o Sol ou outro qualquer astro passará sempre no meridiano de um qualquer d'elles uma hora antes de passar no meridiano do que lhe fica a oeste e uma hora depois de ter passado no meridiano do que lhe fica a leste, pois já sabemos que o Sol, como todos os outros astros, percorre 15° do seu circulo diario em cada hora, caminhando do oriente para o occidente. Assim é que n'uma hora dada, si diversos observadores collocados sob um mesmo parallelo da Terra podessem se communicar immediatamente, emquanto uns annunciassem que um certo astro se levantava, outros annunciariam que elle passava no meridiano, outros que elle se deitava e alguns finalmente diriam que não o viam, conforme a sua situação fosse mais ou menos occidental. O telegrapho, que é o meio mais rapido que possuimos para communicar entre si os diversos logares da Terra, mesmo assim fica muito insufficiente para realizar satisfactoriamente essa verificação; entretanto póde-se fazel-a com alguma demora, nos servindo do unico meio de que dispomos para esse fim e que consiste na observação simultanea de um mesmo phenomeno celeste por diversos observadores col-

locados em pontos differentes da Terra, como seja por exemplo a occultação de uma estrella pela Lua ou o meio de um eclipse qualquer, devendo portanto o phenomeno ser instantaneo para ser observado no mesmo instante pelos diversos observadores, e, as communicações enviadas posteriormente por elles indicarão a diversidade das horas em que o mesmo phenomeno foi visto, horas contadas sempre a partir da passagem do Sol pelo meridiano do logar.

E' d'este modo que innumeras comparações têm confirmado até hoje essas differenças horarias que apresenta o espectaculo diario do céo e que só o conhecimento da figura da Terra teria chamado para ellas a nossa attenção, e cuja confirmação só nos poderia ser dada posteriormente pelos phenomenos celestes unicamente.

Todo o estudo precedentemente feito nos mostra como as variações do espectaculo diario do céo, em virtude de um deslocamento do observador segundo um mesmo meridiano e em seguida segundo um mesmo parallelo, constituem os caracteres proprios a determinar o melhor possivel a posição relativa de um logar qualquer da superficie da Terra pelo conhecimento simultaneo da sua latitude e da sua longitude.

Já vimos que chama-se latitude de um logar qualquer da terra a sua distancia angular ao equador contada sobre o meridiano correspondente e a partir do logar considerado; vemos agora que chama-se *longitude* d'esse mesmo logar, relativamente a um outro tomado para ponto de referencia, a distancia angular comprehendida entre os

Bibliotheca da Escola Polytechnica
SÃO PAULO

meridianos correspondentes e expressa em graus ou mais ordinariamente em tempo a razão de 15 graus por hora.

Os antigos contavam as suas longitudes todas a partir sempre da ilha do Ferro, a mais occidental do grupo das Canarias, mas hoje cada paiz as conta a partir sempre do seu observatorio principal, de sorte que torna-se necessario accrescentar a cada longitude o ponto de referencia, o que póde aliás trazer serios embaraços na nossa vida pratica, principalmente na navegação, onde basta um esquecimento muito possivel d'essa indicação para dar logar a um desastre muitas vezes irremediavel, trazendo alem de tudo uma extraordinaria confusão nos calculos astronomicos.

Vimos anteriormente como com a maior facilidade e com os mais simples e preliminares conhecimentos da astronomia determinavamos a latitude de um logar qualquer da Terra, como sendo sempre numericamente egual á semi-somma das alturas meridianas de uma estrella circumpolar qualquer. A mesma facilidade não apresenta o problema das longitudes, principalmente nauticas, cuja determinação depende, como vamos ver, dos mais altos conhecimentos astronomicos.

Para isso vamos dividir o problema em duas partes, segundo que se trata de determinar a longitude de um ponto fixo da superficie terrestre, chamada *longitude geographica*, ou que se quer determinar em uma occasião dada qual a posição de um navio na superficie liquida dos mares e chamada desde então *longitude nautica*.

No primeiro caso, quando se trata de determinar a differença da hora entre dois logares da superficie da Terra, a comparação não sendo urgente, essa determinação póde soffrer a demora das communicações e mesmo ser repetida mais de uma vez, caso precise de rectificação, pois que trata-se então de um trabalho geographico cuja realização póde soffrer alguma demora, sem causar isso prejuizo algum ; essa comparação é feita, conforme já ficou dito atraz, observando simultaneamente dos logares cujas differenças horarias se quer determinar, um mesmo phenomeno celeste qualquer, cuja realização deve ser portanto instantanea.

No segundo caso porém, em que se procura determinar com urgencia a posição actual de um navio em viagem, afim de traçar sua róta ou evitar um determinado escolho, é preciso que de antemão o navegante saiba qual a sua longitude, isto é, que horas marcam os relogios no observatorio principal na occasião em que elle observa um acontecimento celeste qualquer, como seja a occultação de uma estrella pela Lua, phenomeno não muito raro. De sorte que o marinheiro que emprehende uma viagem deve levar comsigo o conhecimento exacto da hora marcada nos relogios do observatorio principal por occasião de certos acontecimentos celestes que devam realizar-se durante a sua viagem, porque então pela hora de bordo elle concluirá a sua longitude, que acompanhada da respectiva latitude lhe dará a sua posição.

Um exemplo explicará melhor a questão : supponhamos que um navegante parte do Rio de

Janeiro e que no quinto dia de viagem se dá a occultação de uma certa estrella pela Lua, ou outro phenomeno notavel, na occasião em que os relogios d'aquelle logar marcam *oito* horas; pois bem, na mesma occasião o navegante sabendo já d'isso e consultando o relogio de bórdo vê que elle marca por exemplo $8^h\ 40^m$, elle ficará sabendo então que se acha a 40^m, isto é, a 10^o do Rio de Janeiro e para o lado de leste, pois que o seu relogio está adiantado pelo do Rio de Janeiro, o que quer dizer que o sol passou por elle em primeiro logar, caminhando de leste para oeste, que tal é a direcção da marcha diurna d'esse astro; a longitude n'este caso será pois oriental.

Vê-se agora as difficuldades que apresenta o problema das longitudes nauticas e a somma de conhecimentos necessaria para a sua solução, pois é preciso que durante o tempo em que um navegador se acha privado de toda a communicação directa com os observadores terrestres, elle tenha comsigo um registro onde se achem consignados todos os acontecimentos celestes que se tenham de dar durante a sua viagem, que póde prolongar-se até dois ou tres annos, e destinados a determinar continuamente e com a maxima urgencia a sua posição no mar pela hora correspondente. E' preciso pois que se tenha constantemente a determinação prévia d'esses acontecimentos para tres annos pelos menos, o que exige da parte dos observadores encarregados d'esse serviço o conhecimento das mais elevadas theorias astronomicas, sem o que não poderiam fazer essas previsões tão maravilhosamente exactas, tal é o rigor

exigido pelo serviço a que ellas se destinam. Esses dados de que se servem os maritimos para determinarem a sua posição no mar, se acham consignados em livros publicados por diversos observatorios com uma antecedencia de tres annos, de sorte que em 1898, por exemplo, já existem publicados esses registros para 1899 e 1900. Esses registros têm diversos titulos conforme o Observatorio que os publica: o do Rio de Janeiro chama-se *Annuario do Observatorio do Rio de Janeiro*, o de Greenwich chama-se *Nautical Almanack* e é o mais usual, o de Paris chama-se *Connaissance des Temps*, etc. O problema das longitudes está pois dependendo da confecção desses registros, sua principal difficuldade. O mesmo não acontece com o problema das latitudes, cuja solução não exigindo previsão alguma, depende tão sómente das mais preliminares noções da sciencia astronomica.

Quem não conhecer perfeitamente a constituição do nosso systema planetario em seus menores detalhes, não poderá jamais predizer um acontecimento celeste qualquer que se tenha de realizar futuramente, o que constitue portanto o elemento essencial do problema das longitudes, sobretudo nauticas, cuja determinação não comporta demora de especie alguma, notando-se alem d'isso que essas previsões de que carece o maritimo durante sua viagem devem abranger o maior numero de astros possivel e estender-se tambem ao maior numero de acontecimentos celestes, afim de que elle encontre sempre sem tardança o elemento de que necessita para determinar a sua posição sobre o mar.

Temos até aqui completado o nosso estudo sobre o aspecto diario do céo com todas as suas modificações, representando a substancia dos conhecimentos astronomicos adquiridos pelos antigos na celebre escola de Alexandria e que vão servir de base segura aos nossos futuros conhecimentos da astronomia solar.

Acaba-se de ver por este nosso estudo que todas as differenças, quer astronomicas quer thermologicas, que fomos a cada passo observando, não são devidas senão ás diversas situações geographicas do observador, que não as encontraria si pudesse se transportar do logar em que se acha com uma rapidez egual á do astro que dá logar a esta ou áquella modificação observada. Assim é que não haveria noite nem tão pouco differença de estação para um observador que conseguisse caminhar na superficie da Terra com a rapidez com que caminha o Sol, porque então não o perderia de vista e o veria constantemente fixo no mesmo logar; o mesmo aconteceria para um observador que adquirisse a velocidade attribuida á esphera celeste e para quem o espectaculo diario do céo seria sempre o mesmo.

Resta-nos agora adquirir o conhecimento completo dos elementos astronomicos proprios aos diversos astros interiores, afim de podermos ter uma idéa perfeita do nosso systema planetario, de modo a podermos n'uma dada occasião determinar a posição de tal ou tal astro, o que constitue em summa o problema geral da astronomia.

Antes d'isso porém, vamos terminar esta parte com a exposição do systema de Ptoloméo,

fazendo em seguida o estudo das observações gnomonicas e dos quadrantes solares.

Systema de Ptoloméo—Observações gnomonicas—Quadrantes solares

Quando nos limitamos, como os antigos, ao estudo do espectaculo que nos apresentam diariamente os corpos celestes, nada mais natural do que suppormos, como apparentemente observamos, que todos os corpos celestes giram ao redor da Terra considerada então como centro do nosso systema planetario; d'ahi o systema chamado de Ptoloméo, por nos ter sido transmittido por elle em suas obras, no qual se considerava a Terra fixa e ao redor d'ella movendo-se em circulos diversamente inclinados a Lua, o Sol e os mais planetas então conhecidos, como se acha representado na fig. 24, onde não attendemos de modo algum ás distancias desses astros á Terra, senão ás suas posições relativas.

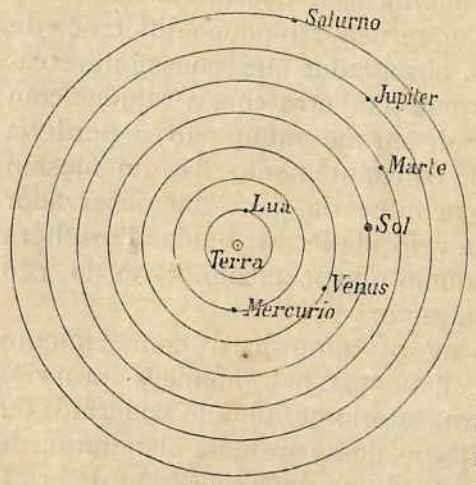

FIG. 24

Vê-se então como a doutrina dos antigos explicava perfeitamente os phenomenos que temos estudado até aqui, como seja a successão dos dias e das noites pelo movimento da esphera celeste ao redor da Terra e as differenças de estações pelo movimento do Sol na ecliptica. Outros phenomenos, porém, que conheceremos mais tarde, são inteiramente incompativeis com a hypothese de Ptoloméo, que será então substituida por outra, cujo conhecimento teremos em occasião opportuna, quando tratarmos detalhadamente dos diversos systemas planetarios.

Vamos agora mostrar como podemos resumir os principaes phenomenos estudados até aqui, com a instituição das *observações gnomonicas* relativas á direcção e ao comprimento das sombras, das quaes tanto se utilizaram os antigos nas suas explorações astronomicas e que, apesar de completamente em desuso hoje, apresentam ainda pelo menos um certo valor historico, motivo pelo qual as consignamos aqui.

Como os unicos astros que emittem uma luz bastante viva, de modo a produzirem tambem uma sombra sufficientemente apreciavel, são o Sol e a Lua, fica naturalmente restricto a elles o estudo das observações gnomonicas, cuja apreciação faremos com relação ao Sol unicamente.

Para isso supponhamos plantado sobre o solo um estylete qualquer, ao qual se dá o nome de *gnomon* e consideremos a sua direcção vertical ou parallela ao eixo celeste, segundo se quer especular sobre medidas angulares ou sobre determinações horarias.

No primeiro caso em que o gnomon GG', fig. 25, se acha collocado verticalmente, compre-

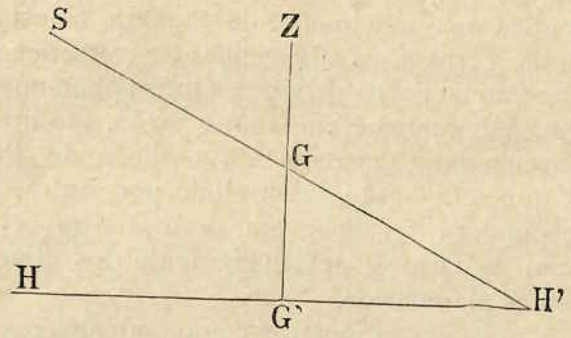

FIG. 25

hende-se que a sua sombra $G'H'$ projectada sobre o horizonte determina a cada instante não só o plano $SH'H$ em que se acha o Sol S como tambem a sua distancia zenithal, que será tanto maior quanto maior fôr a sombra e vice-versa, de sorte que o concurso desses dois elementos variaveis torna-se muito proprio para traduzir o curso diario do astro considerado com todas as suas modificações periodicas, apreciando a marcha das sombras solares durante um dia inteiro.

Supponhamo-nos para isso aqui no Rio de Janeiro e observemos as variações da sombra solar durante todo um dia, que supporemos ser o do solsticio do verão.

Seja pois NS, fig. 26, a nossa meridiana e GM o nosso gnomon plantado verticalmente sobre o solo. No dia considerado, o Sol nascendo para o lado de sueste, a sombra do estylete se dirigirá

para noroeste com um comprimento indefinido segundo ML por occasião do levantar do astro ; á medida que o Sol se elevar acima do horizonte, a sombra do gnomon irá decrescendo e se approximando da meridiana NS, onde se tornará a mais curta possivel, conforme indicam as rectas MA, MA', MA'' e MR; nessa occasião a sombra, o gnomon e o Sol se acharão no plano do meridiano e será meio dia.

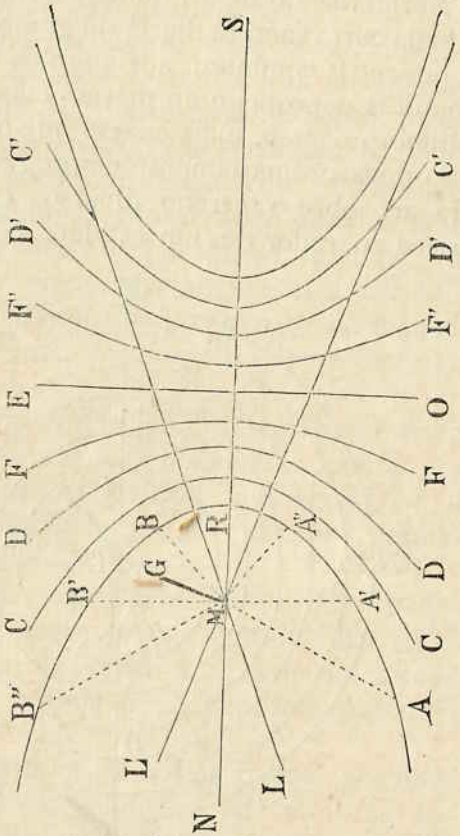

FIG. 26

Em seguida o Sol começando a descer para o horizonte, a sombra gnomonica irá augmentando cada vez mais para o nordeste, segundo as rectas MB, MB', MB'', etc., até o pôr do Sol em que a sombra será illimitada, como por occasião do nascer; alem disso notar-se-ha que as sombras eguaes MA, MB'', etc., correspondem

exactamente a horas equidistantes do meio dia, de sorte que esta coincidencia constante nos indica um meio seguro de traçar sobre o terreno a meridiana do logar, ou seja dirigindo-a segundo a mais curta sombra diaria do gnomon, ou segundo a bissectriz commum aos angulos formados pelas sombras oppostas e do mesmo comprimento. Este ultimo processo, mais exacto que o primeiro e por isso mais ordinariamente empregado, consiste em traçar sobre o terreno diversos circulos concentricos ao redor de um estylete GG', fig. 27, em

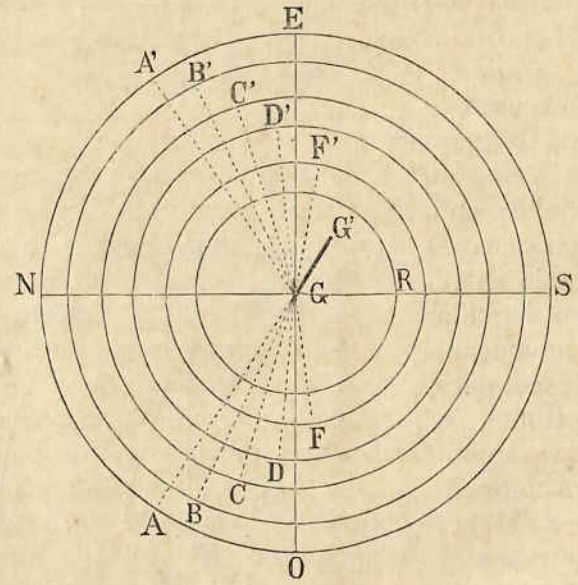

FIG. 27

cada um dos quaes se irão assignalando cuidadosamente os dois pontos oppostos AA', BB', etc., em que a sombra virá terminar pela manhã e á

tarde, a sombra GR correspondendo ao meio dia; a recta NS, bissectriz commum aos angulos formados pelas sombras oppostas de egual comprimento, será a meridiana procurada.

Comprehende-se agora que o movimento proprio do Sol, fazendo variar a sua declinação no decurso de um dia, perturbará de algum modo a regularidade do principio gnomonico estabelecido, a não ser no dia do solsticio do verão, unico em que o Sol, alem de conservar-se durante mais tempo acima do horizonte, descreve tambem um circulo parallelo ao equador, de modo a ser preferido esse dia do anno para o traçado da meridiana, que ficará então mais exactamente determinada.

Muitas outras determinações se pódem fazer por meio das observações gnomonicas, como por exemplo, a declinação do Sol conhecendo-se a latitude do logar ou este ultimo elemento conhecendo-se o primeiro.

Por meio das observações gnomonicas podemos tambem acompanhar a marcha das estações e dos climas, de modo a resumir as noções adquiridas pelos antigos e já expostas anteriormente.

Para isso basta-nos unir diariamente por uma curva continua as extremidades das sombras solares, conforme está indicado na fig. 26, para vermos que essa curva constituirá um ramo de hyperbole, concavo para o pé do estylete por occasião do solsticio do verão e alargando-se cada vez mais segundo CC, DD, etc., até o equinoxio do outono, em que elle se reduz a uma recta EO perpendi-

cular á meridiana *NS*; d'ahi em diante começa a formar-se o outro ramo *F'F'* da hyperbole gnomonica que, convexo então para o pé *M* do estylete vae se estreitando cada vez mais segundo *D'D'*, *C'C'*, etc., até o solsticio do inverno, depois do qual a hyperbole começa a alargar até o equinoxio da primavera em que ella se reduz novamente á linha *EO*, para em seguida se reproduzirem periodica e successivamente os mesmos phenomenos.

Vê-se assim que pela marcha annual das sombras solares, podemos caracterizar perfeitamente a diversidade das estações e dos climas, como já o fizemos pela duração dos dias e das noites.

E' facil agora estender esta noção a um logar qualquer da Terra, dado o conhecimento, que já nos é familiar, do movimento annual do Sol na ecliptica.

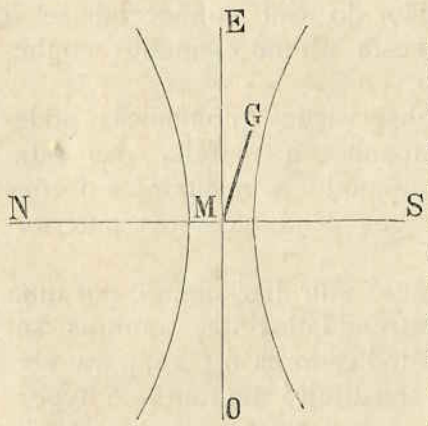

FIG. 28

No equador, por exemplo, onde os circulos diarios do Sol são sempre perpendiculares ao horizonte, a marcha da hyperbole diaria será identica á que ficou descripta atraz, com a differença porém que o centro da curva coincidirá sempre com o pé do gnomon, de sorte que no dia do equinoxio a linha *EO*, fig. 28, a que fica reduzida a hyperbole, passará por esse ponto e então a sombra solar se annullará completamente nesse dia ao meio dia, pois nessa occasião o Sol se achará no zenith, unico caso em que a sombra é nulla. Por aqui vê-se que é um erro vulgarmente acceito, dizer-se que ao meio dia não ha sombra, quando esse facto só se dá nos dias em que o Sol passa no zenith, o que só acontece para os logares da Terra cuja latitude não exceder de 23° 1/2, tanto no hemispherio do Norte como no do Sul, pois tal é a maior declinação do Sol durante todo o anno.

No polo, onde o Sol descreverá durante seis mezes circumferencias concentricas ao pé *P* do gnomon, fig. 29, as hyperboles diarias se transformarão em circulos concentricos, desde o menor *AB* por occasião do solsticio até o maior *CD* por occasião do equinoxio, em que o Sol desapparece de todo durante outros seis mezes.

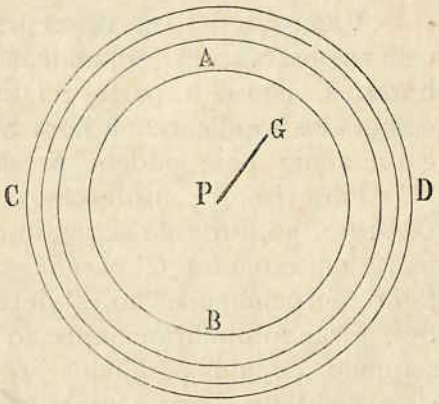

FIG. 29

Resta-nos considerar finalmente as zonas glaciaes, onde a curva gnomonica será uma ellipse mais ou menos alongada nas épocas em que o Sol se conserva durante todo o dia acima do horizonte, até o dia em que elle attinge o horizonte á meia noite, pois que então a

curva gnomonica se transforma numa parabola, para reproduzir a hyperbole em qualquer outra época.

Eis ahi como, observando a marcha das sombras solares diariamente, podemos caracterizar as estações e os climas em qualquer logar da Terra.

Si as sombras são diariamente circulares estaremos no polo; si forem ellipses, estaremos na zona glacial e si forem hyperboles a zona será torrida ou temperada, conforme a recta descripta pela sombra solar no dia do equinoxio passar ou não pelo pé do gnomon. Quanto ás estações, serão ellas caracterizadas pelo maior ou menor alargamento da curva produzida pelas sombras solares, como já vimos.

Vamos agora ver os recursos que nos offerecem as observações gnomonicas nas determinações horarias, isto é, a parte relativa aos *quadrantes* destinados a indicarem a hora Solar durante o dia e que ainda hoje pódem prestar algum serviço.

Para isso, consideremos o nosso estylete *GM*, fig. 30, dirigido segundo o eixo polar *SN* e fixo a um circulo *CC'* parallelo ao equador e portanto perpendicular ao estylete. Desde então, o Sol, girando uniformemente ao redor do estylete segundo circulos parallelos ao equador, dirigirá suas sombras diarias correspondendo sempre ás mesmas horas, bastando então dividir o quadrante em vinte e quatro partes eguaes correspondentes ás sombras e portanto ás vinte e quatro horas do dia, para termos um relogio solar permanente, que poderá servir para os dois semestres do anno,

si assignalarmos as horas em ambos os lados do quadrante, pois que o Sol durante um semestre projectará as suas sombras de um lado para no semestre seguinte projectal-as do lado opposto, visto como o circulo *CC'* do quadrante é paral-

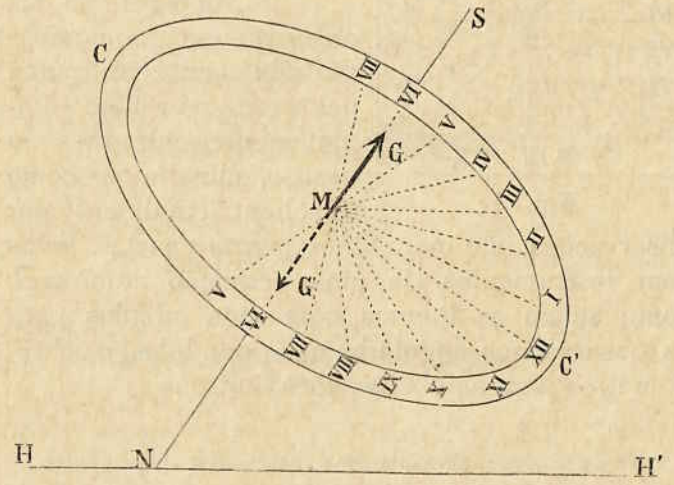

FIG. 30

lelo ao equador. Como em geral em nossos climas não ha sombra solar antes das 5 horas da manhã e depois das 7 da tarde, bastará começar e terminar as divisões do quadrante nessas horas. Em vez do quadrante circular póde ser utilizado um quadrante quadrado, fig. 31, que é de mais facil construcção e mais geralmente adoptado.

A este quadrante, que é o mais simples de todos, dá-se o nome de *quadrante equatorial,* por

ser o seu plano parallelo ao equador, podendo-se entretanto construir outros em que o estylete tenha uma direcção qualquer, o que constitue um simples problema geometrico.

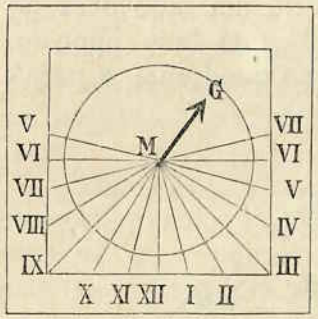

FIG. 31

Eis ahi o resumo das observações gnomonicas tão sabiamente utilizadas pelos antigos e hoje completamente entregues ao desuso, substituidas como se acham actualmente por observações tão maravilhosamente exactas, feitas com instrumentos de uma perfeição admiravel, como sejam as lunetas com seus circulos para as observações angulares e as pendulas e chronometros para as observações horarias.

SEGUNDA PARTE

Geometria Celeste

Refracções astronomicas. — Crepusculos. Parallaxes.

Depois de ter sufficientemente caracterizado o conjuncto dos conhecimentos astronomicos adquiridos pelos antigos na celebre escola de Alexandria, vamos agora fazer a apreciação directa da parte principal da sciencia celeste, relativa ao estudo methodico dos phenomenos geometricos dos astros, de accordo com os progressos da astronomia moderna.

Esse estudo se decompõe racionalmente em duas partes bem distinctas; na primeira se consideram as buscas geometricas relativas ao astro supposto immovel, como sejam a fórma, dimensões, etc., e na segunda se procede á apreciação geometrica de seus movimentos.

A primeira parte, a que podemos dar o nome de *estatica celeste*, constitue o fundamento da geometria celeste, emquanto que a segunda, que podemos denominar de *dynamica celeste*, fórma o seu objecto final, como referindo-se ao fim essencial das buscas astronomicas, isto é, a exacta previsão do estado do céo n'uma época dada.

Começaremos pela primeira parte, estudando em primeiro logar as distancias celestes e em seguida trataremos então da fórma e dimensões dos diversos astros interiores, para estudar finalmente a segunda parte concernente aos movimentos.

Antes, porém, de entrar n'esse estudo, vamos tratar do que se chama *refracção astronomica*, *parallaxe* e *crepusculo*, que muito concorrem para alterar as observações astronomicas, modificando os phenomenos correspondentes, como veremos em seguida.

A refracção astronomica consiste no seguinte. seja *A a B*, fig. 32, a superficie da Terra, cuja at-

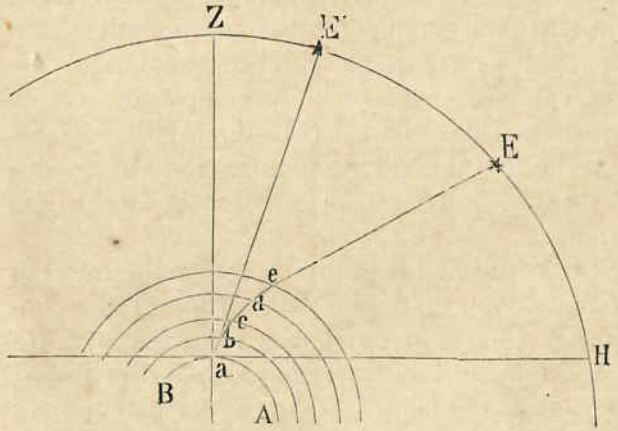

FIG. 32

mosphera supporemos dividida em diversas camadas concentricas e heterogeneas *a b*, *b c*, etc., e seja *E* uma estrella qualquer.

Em virtude da refracção, conforme nos diz a Physica, a luz que nos é enviada pela estrella *E* ao chegar á nossa atmosphera desvia-se da linha recta *E e*, que seguira até então, e vae-se refractando successivamente á medida que vae atravessando as camadas atmospphericas cada vez mais densas; d'esta sorte, um observador collocado na superficie da Terra em *a* verá a estrella *E* segundo a direcção *a b E'* do ultimo raio refractado *ab*, e então a estrella que se acha realmente em *E*, será vista em *E'*. E' a este phenomeno que se dá o nome de *refracção astronomica*, que, como se vê, deve affectar naturalmente as observações, pois que uma altura observada qualquer *H E'* ficará sempre maior que a verdadeira *H E*, acontecendo o contrario com as distancias zenithaes, que se tornam menores que as verdadeiras, por isso que o effeito da refracção é approximar o astro do zenith.

Assim pois, toda a altura observada em astronomia, como toda a distancia zenithal, acham-se sempre affectadas do que se chama erro devido á refracção astronomica, e deverão então ser corrigidas desse erro, que, como se vê na figura 32, vae diminuindo desde o horizonte, onde elle é maximo, até o zenith onde elle se annulla, pois ahi a luz enviada pelo astro não se refracta e dirige-se em linha recta até a superficie da Terra.

Este erro devido á refracção astronomica, cuja lei de variação não é possivel apanhar em seus detalhes, é encontrado em tabellas conveni-

entemente feitas por meio de observações constantes para as diversas alturas e distancias zenithaes observadas desde 0° até 90°, como a que se segue:

DISTANCIA ZENITHAL OBSERVADA	ERRO DEVIDO Á REFRACÇÃO	DISTANCIA ZENITHAL OBSERVADA	ERRO DEVIDO Á REFRACÇÃO	DISTANCIA ZENITHAL OBSERVADA	ERRO DEVIDO Á REFRACÇÃO
0°	0″,0	35°	40″,8	70°	2′38″,8
5°	5″,1	40°	48″,9	75°	3′34″,3
10°	10″,3	45°	58″,2	80°	5′19″,8
15°	15″,6	50°	1′09″,3	85°	9′54″,8
20°	21″,2	55°	1′23″,1	87°	14′28″,1
25°	27″,2	60°	1′40″,6	89°	24′21″,2
30°	33″,6	65°	2′04″,3	90°	33′46″,3

Do que fica dito vê-se que a refracção astronomica só affectará as coordenadas verticaes, como sejam a altura, a distancia zenithal, etc., sem affectar de modo algum o azimuth, por exemplo, que é uma coordenada horizontal, pois o desvio que soffre a luz em virtude da refracção só se realiza em planos verticaes.

Assim pois, de toda a altura observada é preciso sempre subtrahir o erro devido á refracção

astronomica e ao contrario sommal-o ás distancias zenithaes, para ter a altura e a distancia zenithal verdadeiras, de accordo com a tabella já citada.

Por essa tabella vê-se que, quando o Sol ou qualquer outro astro é visto por nós no plano do horizonte, elle se acha ainda a mais de 33° 1/2 abaixo d'esse plano; a refracção pois adeanta o nascer e atraza o occaso de todos os astros.

Como este, muitos outros phenomenos astronomicos são alterados pelo effeito da refracção da luz.

Vejamos agora em que consiste o phenomeno crepuscular.

A nossa atmosphera, alem da acção refringente que exerce sobre a luz dos astros, tem tambem a propriedade de reflectir a luz solar, de modo a dispersal-a em todos os sentidos, dando logar á claridade que nos illumina durante o dia e cuja preponderancia, mesmo depois de innumeras reflexões, occulta a nossos olhos os diversos astros que vemos á noite e que a luz emanada da Lua é insufficiente para fazer desapparecer; não fosse essa acção benefica da atmosphera, e só teriamos claridade na direcção dos raios solares, ficando tudo mais envolvido nas trevas.

Em virtude d'essa propriedade da nossa atmosphera, acontece que as camadas atmosphericas mais elevadas, recebendo directamente a luz do Sol antes do seu nascer e sendo as ultimas a receber essa luz depois que elle se deita no horizonte, reflectem-na para a terra, que recebe então a claridade um pouco antes do nascer e um pouco

depois do pôr do astro em nossos climas, augmentando assim a duração do dia astronomico; é a essa claridade que se dá o nome de *crepusculo*.

A distancia angular do Sol ao horizonte, na occasião em que começa o crepusculo da manhã e quando termina o crepusculo da tarde está calculada em 18° e tem o nome de *abaixamento crepuscular*; este dado, permittindo calcular a duração do crepusculo, vae nos offerecer um meio de determinar as variações que soffre essa duração nas diversas épocas e nos diversos logares da terra.

Para isso seja a fig. 33 o nosso meridiano e supponhamos o Sol no ponto S' por occasião da meia noite; será facil comprehender que, si n'essa occasião a distancia $S'H'$ do Sol ao horizonte fôr egual a 18°, não haverá noite fechada, pois que então, terminado o crepusculo da tarde começará o da manhã, o que se dará com mais forte razão si a distancia $S'H'$ fôr menor que 18°.

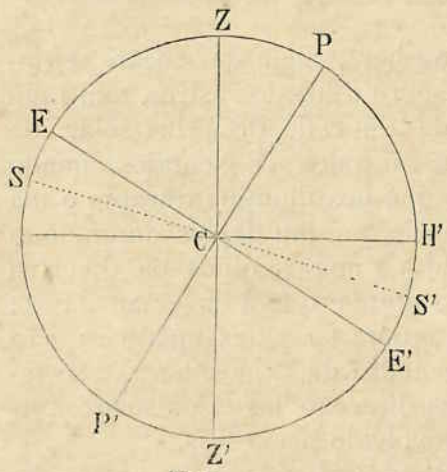

FIG. 33

O clarão crepuscular permanecerá pois durante a noite todas as vezes que a distancia angular do Sol ao horizonte á meia noite fôr egual ou menor que 18°, salvo condições physicas locaes

que possam diminuir a intensidade do phenomeno alterando a transparencia da atmosphera, como seja, por exemplo, a maior ou menor quantidade de vapor d'agua que ella contiver.

Vejamos pois como poderemos determinar as condições para que esse phenomeno tenha logar. A figura 33 dá $S'H' = 90° - S'Z'$, porém $S'Z'$ é egual a ZS, d'onde $S'H' = 90° - ZS$; ora, a condição exigida é que se tenha $S'H'$ ou $90° - ZS$ no maximo egual a 18° e então ZS não poderá ser menor que $90° - 18°$ ou 72° e é facil ver que ZS é egual á latitude ZE do logar considerado sommada á declinação $E'S'$ do Sol.

Podemos então dizer que não haverá noite para um logar qualquer da terra todas as vezes que a somma da latitude do logar com a declinação do Sol fôr egual ou exceder o complemento do abaixamento crepuscular, isto é, 72°; vê-se já que aqui no Rio de Janeiro nunca se dará esse phenomeno, porque a maior declinação do Sol durante o anno sendo de 23° 1/2 sommada á latitude que é de 22° 54' 23",8 dá um numero inferior a 72°.

Nos polos é onde o phenomeno se produz com a maior intensidade possivel, pois que o Sol alli conserva-se abaixo do horizonte e a uma distancia inferior a 18° durante cincoenta dias consecutivos em cada um dos dois trimestres que constituem a noite astronomica n'aquellas paragens, a qual fica assim diminuida de quatro mezes proximamente em beneficio dos dias, que perduram por espaço de nove mezes mais ou menos.

No equador, onde a menor distancia do Sol ao horizonte é de 66° 1/2, o intervallo entre a terminação do crepusculo da tarde e o começo do crepusculo da manhã é o maior possivel; esse intervallo vae diminuindo, como se vê, á medida que a latitude augmenta, tornando se nullo para uma latitude egual a 48° 1/2.

Podemos então estabelecer que o crepusculo se poderá confundir com a aurora sómente nos logares cuja latitude fôr egual ou superior a 48° 1/2, como acontece em Paris, por exemplo, por occasião do solsticio de verão, porque, sendo 23°28' a declinação do Sol n'essa occasião e 48°50' a latitude de Paris, a sua somma é superior a 72°, isto é, 72°-18' o que dá 17°42' para a distancia angular do Sol ao horizonte á meia noite, como é facil verificar. Na occasião pois do solsticio de verão em Paris, o crepusculo da tarde continúa com o da manhã e não ha noite fechada nesse dia.

Tratemos finalmente da *parallaxe* que consiste no seguinte: supponhamos, fig. 34, *E* um astro que é visto do ponto *A* da superficie da Terra e cuja altura observada será *EAH;* si esse astro fosse visto do centro *C* da Terra, a sua altura seria então *ECG*, e como todas as observações astronomicas têm de ser feitas considerando o observador

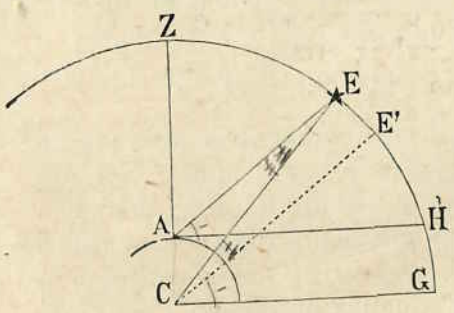

FIG. 34

no centro da Terra, afim de que se tornem comparaveis entre si, é preciso corrigil-as do erro de que são affectadas pelo facto de serem feitas na sua superficie, pois a altura *ECG* de um astro *E* relativamente ao centro da Terra é maior que a observada *EAH* na sua superficie e a differença *AEC* entre essas duas alturas é que se denomina *parallaxe* do astro *E*.

Podemos pois definir *parallaxe* como sendo o angulo formado pelos raios de luz que partindo de um mesmo astro vão tocar á superficie e ao centro da Terra, ou ainda, como sendo o angulo sob o qual é visto o raio da Terra por um observador collocado no centro de um astro qualquer.

Como se vê, a parallaxe será tanto maior quanto mais proximo se achar o astro da Terra e varia do mesmo modo que a refracção, pois vae diminuindo do horizonte para o zenith, onde tambem é nulla; ao contrario porém da refracção, a altura de um astro fica diminuida pelo effeito da parallaxe ficando a distancia zenithal augmentada, de sorte que si o erro devido á refracção fosse numericamente egual ao erro devido á parallaxe, elles se annullariam espontaneamente e não teriamos necessidade de leval-as em conta nas observações ; isso porém não se dá, de modo que corrigida uma altura ou distancia zenithal qualquer do effeito da refracção, é preciso em seguida fazer a correcção da parallaxe. Supponhamos que, observando um certo astro, achamos $H°$ para sua altura dada pelo instrumento, á qual se dá o nome de *altura apparente;* consultando a taboa das refracções encontramos ahi a refracção r' correspon-

dente a essa altura e a taboa das parallaxes nos dará a parallaxe p' do astro considerado; então a altura verdadeira do astro observado será $H^0 - r' + p'$. As parallaxes correspondentes ás diversas alturas e aos diversos astros interiores são encontradas nos *Annuarios*.

Do mesmo modo que a refracção, a parallaxe só affecta as coordenadas verticaes, de modo que os azimuths, por exemplo, não precisam ser corrigidos desse erro.

Quando o astro está no horizonte na occasião da observação, a sua parallaxe toma o nome de *parallaxe horizontal*.

Distancias inter-planetarias. — Regra de Képler para reter de memoria essas distancias.

Vamos agora entrar no estudo da estatica celeste, começando pela questão fundamental, que é a determinação das distancias mutuas dos astros interiores, da qual dependem todas as mais questões relativas a essa parte.

Na determinação d'essas distancias póde-se reduzir toda a difficuldade geral ao conhecimento da distancia de cada astro á Terra, porque então, desde que se conheça essa distancia relativamente a dois corpos celestes quaesquer, com facilidade se obterá a sua distancia mutua, como vamos ver.

Para isso, seja T a Terra, fig. 35, A e B dois astros cujas distancias á Terra sejam conhecidas;

a resolução do triangulo $A\,T\,B$ dará a distancia $A\,B$ comprehendida entre os dois astros considerados, desde que se observe, como é sempre possivel, o angulo α comprehendido entre as distancias conhecidas $A\,T$ e $T\,B$ dos mesmos astros á Terra.

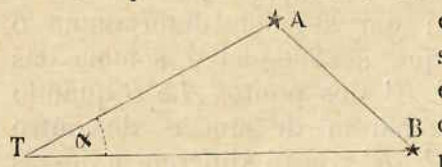

FIG. 35

Para realizar agora a medida fundamental de cada astro interior ao centro da Terra, procede-se do seguinte modo: dois observadores collocados nos pontos A e B, fig. 36, da superficie da Terra, situados no mesmo meridiano para facilitar a operação, determinam as distancias zenithaes z e z' do astro em questão procurando a occasião de um phenomeno notavel qualquer, como

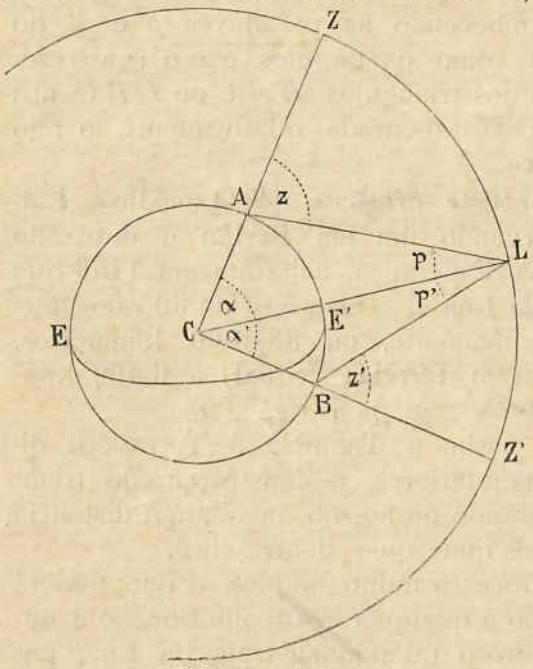

FIG. 36

seja um eclipse ou a occultação de uma estrella pela Lua, afim de que as observações sejam simultaneas; em seguida determinam o angulo $A\ C\ B$, que será egual á somma das latitudes $A\ E'$ e $B\ E'$ dos pontos A e B quando esses pontos se acharem de um e de outro lado do equador $E\ E'$, ou á differença dessas mesmas latitudes si os referidos pontos se acharem collocados sobre o mesmo hemispherio. Determinados assim os angulos z, z' e $A\ C\ B$, poderemos formar o quadrilatero $A\ C\ B\ L$, onde ficaremos conhecendo as parallaxes p e p' do astro, assim como os angulos a e a'; a resolução de um dos triangulos $L\ A\ C$ ou $L\ B\ C$ nos dará a distancia procurada relativamente ao raio $A\ C$ da Terra.

Foi por este processo que Lacaille e Lallande, observando um em Berlim e outro no Cabo da Boa Esperança, acharam em 1756 que a distancia da Lua á Terra era de 60 raios terrestres proximamente, ou 384.000 kilometros, tomando o raio terrestre egual a 6.400 kilometros.

Obtida assim a distancia á Terra dos diversos astros interiores, a construcção do triangulo representado na fig. 36 nos dará a distancia mutua de dois quaesquer dentre elles.

Este processo muito simples, e que poderá ser applicado a qualquer astro interior, só é entretanto rigoroso quando se trata da Lua, por isso que esse astro achando-se muito proximo a nós é tambem aquelle cuja parallaxe é a maior, de sorte que o erro que se commette na determinação da sua distancia á Terra é tambem o menor possivel, pelo que é de todas as distancias celestes a mais bem conhecida.

Para o Sol, cuja parallaxe é sempre muito pequena por se achar elle muito afastado de nós, achou-se com o emprego de outros processos mais rigorosos, que a sua distancia média á Terra é de 24.000 raios terrestres.

O conhecimento da parallaxe horizontal a de um astro qualquer A, fig. 37, é bastante para se poder determinar a distancia desse astro ao centro C da Terra, pois que a resolução do triangulo $A\ C\ O$, que neste caso é sempre rectangulo em O, dá logo para a distancia procurada a formula muito simples:

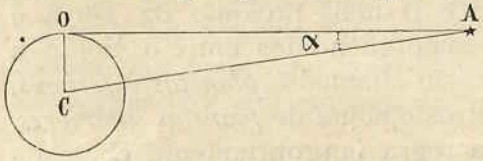

FIG. 37

$A\ C = \frac{O\ C}{sen\ a}$, que nos mostra que a distancia de um astro qualquer á Terra é egual ao raio terrestre dividido pelo seno da parallaxe horizontal do astro.

Damos em seguida um quadro demonstrativo das distancias médias dos principaes planetas ao centro do Sol, d'onde é facil concluir as distancias dos mesmos astros ao centro da Terra.

Estes elementos, com outras informações que serão dadas para deante, nos fornecerão os meios de podermos fazer uma idéa da constituição geral do nosso mundo, omittindo ahi as distancias dos diversos satellites aos planetas correspondentes e

que serão dadas n'um quadro final, onde resumiremos todos os elementos astronomicos relativos aos diversos astros interiores; no quadro que segue tomamos para unidade a distancia média do Sol á Terra:

Sol.....	0	Terra..	1	Saturno.	9 1/2
Mercurio.	2/5	Marte..	1 1/2	Urano..	19
Venus....	3/4	Jupiter.	5 1/5	Neptuno	30

Vê-se ahi que o planeta mais proximo do Sol é Mercurio e o mais proximo da Terra é Venus, unicos comprehendidos entre o Sol e a Terra, pelo que são chamados *planetas inferiores*, dando-se aos outros o nome de *planetas superiores*.

Existe uma regra impropriamente chamada *lei de Bode*, que permitte achar com facilidade as distancias dos diversos planetas conhecidos ao Sol e que consiste no seguinte: si a cada um dos numeros da série

0, 3, 6, 12, 24, 48, 96, ...

se ajuntam quatro unidades, dividindo em seguida o resultado por 10, obtem-se os seguintes numeros:

0,4; 0,7; 1; 1,6; 2,8; 5,2; 10; .....

que são proximamente as distancias em questão, cuja primeira pertence a Mercurio e onde o numero 2,8 representa a distancia média de uma infinidade de planetoides que existem entre Marte e Jupiter e que são visiveis sómente ao telescopio, pelo que são chamados *planetas telescopicos*, dos quaes os principaes são Vésta, Juno, Céres e Pallas.

Esta lei, porém, que nem é do astronomo Bode e sim de Képler, alem de não se basear em consideração alguma scientifica, póde falhar desde que se descubra, como é possivel, um ou mais planetas entre os já conhecidos.

Quanto agora aos cometas, que fazem parte tambem do nosso mundo, tanto as suas orbitas como os outros elementos astronomicos estão ainda tão mal determinados e conhecidos, alem da pouca importancia que elles nos offerecem, que não vale a pena consignal-os no nosso quadro, mesmo para não sobrecarregar a memoria inutilmente.

Relativamente ás estrellas, até hoje póde-se dizer que ainda não se conseguiu fazer determinação alguma efficaz a esse respeito, poisque a parallaxe, de que depende o conhecimento das distancias celestes, como já vimos, tem-se mostrado nulla para todos esses astros, o que prova não só o seu afastamento infinitamente grande de nós como tambem sua completa independencia do nosso systema solar, continuando a ser entretanto os unicos pontos fixos que encontraremos sempre sem cessar promptos a nos auxiliarem nas nossas observações astronomicas.

Fica assim mais uma vez provado o isolamento do nosso mundo, que começando no Sol termina actualmente em Neptuno, até que porventura se descubra um novo planeta mais distante do Sol que elle.

Figura e dimensões dos astros interiores.— Diametro apparente e verdadeiro.—Montanhas planetarias. — Atmospheras celestes.

Procuremos agora determinar a figura e dimensões dos principaes astros interiores.

Relativamente a todos os astros bastante grandes ou bastante proximos a nós para nos offerecerem um diametro apparente sufficientemente apreciavel, o conhecimento que já temos de suas distancias á Terra nos conduzirá logo ás suas dimensões effectivas, desde que a sua figura proximamente espherica tenha sido bem verificada.

Com effeito, supponhamos *A*, fig. 38, um observador collocado na superficie da Terra, *P* um astro qualquer cuja fórma espherica tenha sido cuidadosamente verificada e *aAa'* o *diametro apparente* do astro, isto é, o angulo sob o qual são vistos os seus bordos superior e inferior ou o occidental e oriental, angulo sempre facil de medir. Observado o diametro apparente, o triangulo rectangulo *aAb*, onde se conhece já o lado *Ab*, que é a distancia do astro á Terra, e o angulo *aAb* que é o semi-diametro apparente, dará o semi-diametro linear procurado por meio da formula muito conhecida:

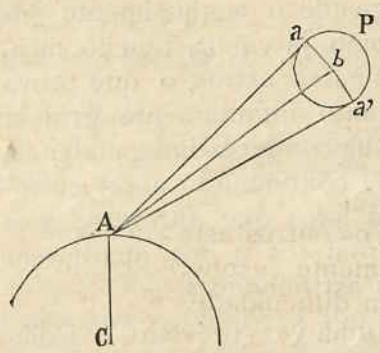

FIG. 38

$$ab = Ab \times sen.\ aAb$$

e o diametro verdadeiro será $2ab$. E' preciso ter o cuidado sempre de reduzir as visadas *Aa* e *Aa'* ao centro da Terra, corrigindo-as do erro de parallaxe depois de corrigidas do erro de refracção.

Quanto agora á apreciação prévia da figura do astro, para decidir si elle é espherico ou não, ella não apresenta quasi difficuldade alguma, pois que o facto mesmo do nosso afastamento nos permitte apanhar de um só golpe de vista o seu conjuncto, desde porém que o seu diametro apparente seja bem sensivel, conforme já ficou dito, para poder ser bem apreciado, seja a olho nu como a Lua, seja com o auxilio de uma luneta como os planetas.

Em relação ao nosso planeta, já vimos que pelo facto mesmo de nós o habitarmos e não podermos portanto determinar directamente a sua figura, somos obrigados a determinal-a indirectamente por meio do raciocinio, nos servindo para isso de observações precisas; a importancia d'este caso e o interesse que elle deve nos despertar, nos obrigam a consagrar-lhe um estudo especial, que será feito mais adeante.

Quanto a todos os outros astros interiores, a sua figura proximamente espherica tem sido sempre verificada sem difficuldade alguma, a não ser com relação á Lua por causa das phases que ella apresenta e que modificam apparentemente a sua fórma espherica e á Saturno pela figura extranha e singular que apresentam dois de seus satellites em fórma de anel envolvendo o planeta, cuja figura é entretanto tambem espherica.

Depois d'esta summaria indicação, sufficiente para mostrar as difficuldades que póde apresentar a solução de tal problema, resta-nos dar aqui os principaes resultados deduzidos das medidas dos diametros apparentes dos principaes planetas, cuja fórma proximamente espherica, commum a todos elles, apresenta comtudo um certo achatamento nos polos respectivos, quasi insensivel na Lua e em Venus e perfeitamente visivel em Saturno e em Jupiter, achatamento devido á rotação do planeta e tanto maior quanto maior é a velocidade d'essa rotação, de conformidade com as indicações racionaes que nos fornece a mecanica celeste.

Quanto ás dimensões, o quadro seguinte dá o valor relativo dos diametros do Sol e dos planetas, que comparado ao valor de suas distancias, dado anteriormente, nos apresentam uma melhor idéa da constituição do nosso mundo, que será completada com outros dados essenciaes, que iremos obtendo no decurso do nosso estudo.

Sol	110,00	Planetas telescopicos	Vesta	0,03	Jupiter 11,50
Mercurio	0,37		Juno	0,16	Saturno 9,50
Venus	0,97		Céres	0,05	Urano 4,25
Terra	1,00		Pallas	0,01	Neptuno 4,40
Marte	0,50				

N'este quadro tomamos para unidade o diametro da Terra.

Si agora quadrarmos e cubarmos estes numeros, teremos a superficie e o volume de cada um d'esses astros relativamente á superficie e ao volume da Terra. Assim fazendo acharemos que a

superficie do Sol, por exemplo, é 12.000 vezes a da Terra e o seu volume 1.300.000 vezes maior, proximamente.

Quanto aos satellites, o unico cujo diametro nos importa mais conhecer e nos offerece uma medida mais exacta, em virtude do seu tamanho bastante grande, é a Lua, cujo raio é pouco maior que a quarta parte do raio da Terra.

Quanto aos astros exteriores, até hoje nenhum d'elles apresentou um diametro apparente qualquer, de modo a poder se determinar o seu diametro linear, alem de que, como ja vimos, estamos ainda na completa ignorancia de suas distancias ao Sol e portanto á Terra, elementos necessarios para tal determinação; as nossas mais fortes lunetas não têm visto até agora nas estrellas mais do que simples pontos luminosos esparsos no céo.

Para completar o estudo da figura e dimensões dos astros interiores, resta-nos tratar da determinação das saliencias que podem alterar a regularidade de suas superficies, como sejam as montanhas.

Um observador do nosso seculo, Schröeter, applicando um processo muito simples, que não reproduziremos aqui, chegou a determinar cuidadosamente a altura das montanhas existentes na Lua, em Venus e em Mercurio, observando certos pontos brilhantes na superficie d'esses astros, e que não são mais do que os cumes das montanhas illuminados pelos raios solares. Elle achou para a Lua, cujo raio é a quarta parte do da Terra, montanhas mais altas que os mais elevados picos do nosso Hymalaia, cuja altura attinge quasi nove ki-

lometros; Venus e Mercurio apresentaram alturas muito mais consideraveis, como sejam, 34 kilometros para o primeiro e 16 para o segundo; ora, sendo o diametro de Venus nove decimos do da Terra e o de Mercurio quatro decimos apenas, vê-se quão irregulares devem ser as suas superficies comparadas com a do nosso planeta.

Vamos agora fazer uma apreciação geral das atmospheras celestes, cuja existencia nos póde ser denunciada perfeitamente por um phenomeno physico muito simples, a refracção da luz; com effeito, si um corpo celeste fôr cercado por uma atmosphera qualquer, essa atmosphera em virtude da refracção da luz deve desviar os raios luminosos que partindo d'esse corpo venham atravessal-a. Desde então, si uma estrella qualquer tiver de ser occultada n'uma dada occasião por um certo astro interior que no seu percurso venha collocar-se entre a nossa vista e a estrella, essa occultação deverá em virtude da refracção começar para nós mais tarde e terminar mais cedo do que na realidade, si porventura o planeta fôr cercado de uma certa atmosphera, como acontece com o deitar do Sol, que sempre se dá mais tarde, e com o levantar, que sempre se dá mais cedo que a hora designada pelo calculo, por causa do effeito de refracção da nossa atmosphera.

Com effeito, seja *P*, fig. 39, um planeta caminhando na direcção *PP'* e *E* uma estrella que vae ser occultada por elle para um observador collocado na Terra em *T*; por um calculo prévio nós podemos determinar perfeitamente o instante

preciso em que o raio luminoso *ET* partido da estrella vae tangenciar o planeta no ponto *e*, começo da occultação e no ponto *e'* do lado opposto, fim da occultação. Si o planeta não fôr cercado de uma atmosphera qualquer, o raio luminoso que parte da estrella não soffrendo desvio algum em seu trajecto irá tangenciar o planeta justa-

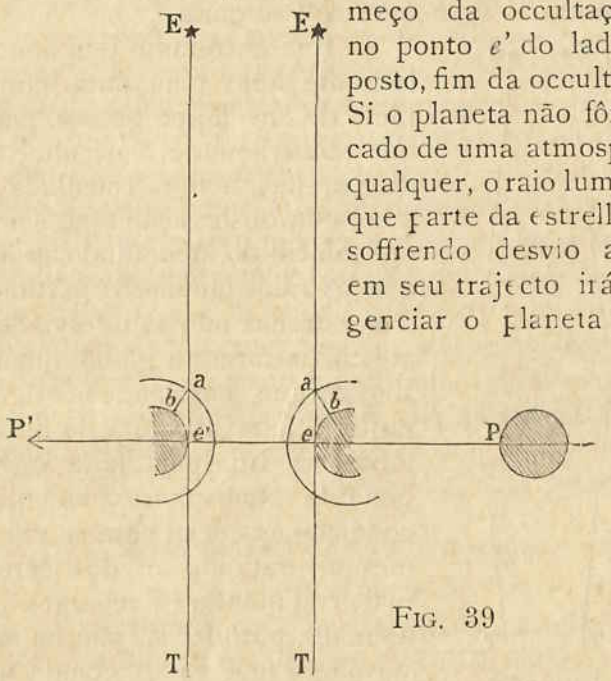

FIG. 39

mente no instante designado pelo calculo, mas si o contrario se der, o raio luminoso desviando-se em virtude da refracção e approximando-se da normal *ab* á superficie reflectora, tomará a fórma de uma curva concava para o lado do planeta, fig. 40, e então a estrella será vista ainda depois do começo da occultação e antes do seu fim.

Ora, todas as vezes que tem de se dar a occultação de uma estrella por um planeta, tem-se notado que esse phenomeno começa sempre depois e termina antes da hora designada pelo

calculo, signal evidente de que todos os planetas são cercados de uma certa atmosphera, pois que ao contrario esse facto não se daria.

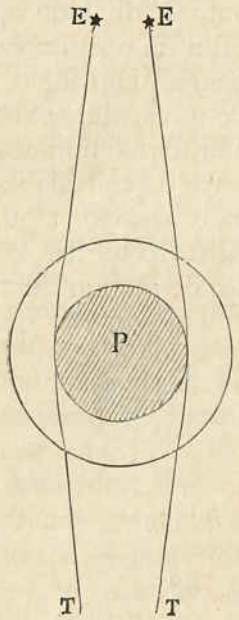

FIG. 40

A Lua entretanto tem denotado até hoje uma falta completa de enveloppe gazoso, pois que relativamente á occultação de estrellas, a hora calculada e a hora da observação têm sempre coincidido, denotando assim que os raios luminosos partidos das estrellas não são desviados até encontrarem o globo lunar. Eis porque nós podemos garantir a falta absoluta de habitantes na Lua pela falta completa de atmosphera ambiente, condição essencial para a vida, mesmo tratando-se dos seres mais rudimentares, vegetaes ou animaes, porque si não ha atmosphera na Lua, como se acaba de provar mathematicamente, não haverá *ipso facto* a agua d'onde ella se originaria immediatamente pela vaporização, em virtude da ausencia completa de compressão atmospherica; a existencia de uma massa aquosa presuppõe a existencia de uma atmosphera qualquer e *vice-versa* ; a Lua pois não póde ser habitada, não comporta seres organizados de especie alguma.

Quanto aos planetas, não podemos affirmar que lá existam habitantes, não podendo entretanto

negar essa existencia ; é possivel que elles sejam habitados.

Nos cometas, as condições de existencia tornam-se talvez impossiveis, attendendo que esses astros tão depressa se approximam do Sol como já se afastam d'elle á distancias infinitamente grandes e por periodos muitas vezes seculares, durante os quaes deixam de receber o calor benefico emanado do astro central, como veremos mais tarde.

Eis tudo o que temos a dizer sobre a parte estatica da geometria celeste, e, antes de entrarmos no seu estudo dynamico relativo aos movimentos e phenomenos correspondentes dos corpos celestes, vamos consagrar toda a nossa attenção ao estudo especial da grandeza e da figura do planeta que habitamos.

Fórma da Terra e suas dimensões

A facilidade que encontrámos na determinação da figura e dimensões dos demais astros interiores, por isso mesmo que, devido á distancia a que elles se acham de nós, podemos apanhar directamente o seu conjuncto de um só golpe de vista, não se apresenta com relação á Terra, pelo facto mesmo de nos acharmos collocados sobre ella e não podermos materialmente nos afastar bastante de sua superficie, de modo a apanharmos a totalidade de sua figura, sendo por isso obrigados a determinal-a racionalmente por meio de observações parciaes, d'onde concluiremos a a questão final.

Vimos já como os antigos conseguiram deduzir das variações do aspecto do céu a figura espherica attribuida á Terra e vamos ver agora como os astronomos modernos, sentindo a necessidade de modificar essa figura, para marcharem de accordo com os progressos realizados ultimamente na sciencia astronomica, principalmente quanto aos meios geraes de observação, conseguiram approximar-se mais da verdadeira fórma do nosso planeta, que, como vamos ver, não é uma esphera perfeita, conforme podiam sómente considerar os antigos, attendendo aos meios de que dispunham n'aquella época. Entretanto, essa primeira fórma espherica attribuida á Terra continúa hoje a prestar os mesmos serviços que outr'ora, quando não se exige grande precisão nas observações, além de que essa hypothese foi a que serviu de base ao estudo que ora occupa a nossa attenção.

Trata-se, pois, em primeiro logar de medir o nosso globo supposto espherico, e nós vamos ver como, tratando-se de realizar essa medida, foi que sentiu-se exactamente a necessidade de modificar a fórma espherica primitivamente attribuida á Terra, porque viu-se então que ella não era realmente uma esphera.

A primeira tentativa nesse sentido data ainda da immortal escola de Alexandria e foi realizada ha mais de vinte seculos por Erathostenes, que, sabendo que o Sol em Syèné no Alto Egypto, passava no zenith exactamente por occasião do solsticio, pois que então os grandes edificios não projectavam sombra alguma ao meio

dia, observou nesse mesmo instante em Alexandria que o mesmo astro culminava a 7° $^{1}/_{5}$ do zenith ; tal era pois o arco comprehendido entre as duas cidades, que Erathostenes julgava situadas no mesmo meridiano ; ora, a distancia que separava essas duas cidades era calculada pelos viajantes em 5000 *stadios*, e estava então medida uma certa porção do meridiano terrestre e portanto a sua totalidade e tambem conhecidas as dimensões do nosso planeta.

Attendendo porém aos meios grosseiros de observação de que dispunha Erathostenes naquella época, não se póde esperar que elle tenha achado a medida exacta da Terra; pois que realmente elle achou para a sua circumferencia um numero cincoenta vezes maior que o seu valor real ; entretanto, foi o primeiro passo dado nesta importante questão.

Depois de Erathostenes, quem primeiro tratou de resolver tal problema, applicando porém processos mais rigorosos, foi o abbade Picard, medindo o arco de meridiano comprehendido entre Paris e Amiens, para o qual achou 57060 *toesas*.

Mais tarde outras medidas sendo feitas n'esse sentido suggeriram, conjunctamente com as indicações mecanicas de uma tal questão, a idéa de descobrir si os meridianos terrestres eram uniformemente circulares em toda a sua extensão. Para isto bastava medir dois arcos em pontos differentes, um no equador e outro no polo, por exemplo, porque si a arcos eguaes correspondessem comprimentos eguaes, ficaria provada a esphericidade real da Terra. Foi justamente o que não aconteceu

n'uma das expedições mais importantes que se têm feito até hoje n'esse sentido; essa expedição, composta de academicos francezes, achou para comprimento do arco de um grau do meridiano terrestre 56800 toesas em Quito proximo ao equador e 57400 em Tornéa proximo ao polo. Ficou portanto inabalavelmente demonstrado que a curvatura de um meridiano terrestre não é uniforme, sendo mais pronunciada no equador que no polo, e portanto a figura da Terra não é uma esphera e sim um espheroide achatado nos polos.

Depois d'esta, muitas outras expedições foram feitas no sentido de confirmarem os resultados obtidos pelas primeiras, realçando entre ellas a expedição feita sob a direcção de Delambre e Méchain com o fim de estabelecer um systema metrico cujas unidades fossem todas referidas a uma unica, que tivesse origem na medida de um arco do meridiano terrestre e que se tornaria por isso universal. Essa expedição, medindo o arco comprehendido entre Dunkerque e Barcelona e comparando os seus resultados com os obtidos precedentemente, achou para o comprimento do quarto do meridiano terrestre 5130740 *toesas*, do qual tomou-se a decima millionesima parte para comprimento da medida que serviu de base ao systema metrico, dando a essa medida o nome de *metro*, da palavra grega *metron*, que quer dizer *medida*.

Eis ahi como, partindo da hypothese da esphericidade da Terra, creada na escola de Alexandria, e da medida feita por Erathostenes ha mais de vinte seculos, chegou-se á conclusão de que a Terra não é uma esphera.

Na necessidade de modificar a figura primitivamente adoptada para a Terra, de accordo com os dados ulteriores, considerou-se que os seus meridianos eram todos eguaes e de fórma elliptica, ficando estabelecido até hoje que a Terra é um ellipsoide de revolução, cujo eixo polar foi calculado ser $\frac{1}{300}$ menor que o eixo equatorial.

Longe porém de ser essa a fórma absoluta do nosso planeta, ella não representa mais actualmente do que representava outr'ora a fórma espherica que lhe attribuimos ; esta nova fórma não passa de uma approximação mais rigorosa do que a primitiva, pois que realmente os meridianos terrestres não são todos eguaes entre si e nem sequer uniformemente ellipticos, porque então arcos medidos sob a mesma latitude deviam apresentar o mesmo comprimento, o que não acontece entretanto, conforme já demonstraram medidas rigorosas feitas ulteriormente.

Em todo o caso, o erro que se commette considerando a Terra um ellipsoide de revolução é tão pequeno que póde ser desprezado como não affectando grandemente as nossas observações e satisfazendo perfeitamente ás nossas necessidades praticas; assim pois, não haverá necessidade tão cedo de modificar a fórma que acabamos de attribuir ao nosso planeta.

Sabendo-se agora que o meridiano terrestre tem 40 milhões de metros, si suppozermos a Terra espherica, poderemos com muita facilidade determinar a sua superficie e o seu volume, calculando as formulas seguintes:

$$2\pi R = 40000000^{m}$$

d'onde:

$$R = \frac{40000000}{2\pi} = 6366182 \ldots\ldots\ldots \quad (1)$$

$$S = 4\pi R^2 \ldots\ldots\ldots (2); \quad V = \frac{4}{3}\pi R^3 \ldots\ldots\ldots (3)$$

A formula (1) nos dá o valor do raio R da Terra, que substituido nas formulas (2) e (3) juntamente com o valor de $\pi = 3{,}14159265\ldots\ldots$, nos dará a superficie S e o volume V do nosso planeta supposto espherico.

Si o suppuzermos um ellipsoide, poderemos tambem determinar esses mesmos elementos empregando as formulas que nos fornece a geometria para calcular a superficie e o volume de um ellipsoide de revolução e cujo trabalho deixamos aos cuidados do leitor.

Eis ahi historica e methodicamente feito o estudo especial da figura e da grandeza da Terra com o desenvolvimento compativel com as exigencias do nosso programma.

Rotação dos astros interiores — Inclinação do eixo de rotação — Duração da rotação — Egualdade entre a rotação e a translação dos satellites — Librações da Lua.

Depois de ter feito o estudo da parte estatica da geometria celeste relativa ás questões a que podem dar logar os astros suppostos immoveis, vamos agora começar o estudo da parte dynamica, que diz respeito ás questões relativas aos movimentos d'esses corpos, afim de com todos esses elementos podermos saber n'uma dada época qual a posição relativa occupada por cada astro, que tal é o verdadeiro problema geral da sciencia astronomica.

Ora, comprehende-se logo que a principal destas questões é a que se refere ao movimento proprio que porventura tenha o nosso planeta, e que vae affectar necessariamente os movimentos restantes, tanto mais quanto é esse planeta o nosso ponto de observação. Por esse motivo deixaremos o estudo do seu movimento para mais tarde, nos occupando agora sómente com os outros corpos celestes.

Comecemos pela apreciação geometrica das rotações dos diversos astros interiores sobre seus respectivos eixos. Ora, já vimos que todos os corpos celestes pertencentes ao nosso mundo apresentam sempre uma fórma proximamente espherica, e comprehende-se que, si esses globos inaccessiveis a nós tivessem uma superficie perfeitamente lisa e homogenea, não poderiamos de modo algum apreciar a sua rotação, porque o seu aspecto não mudaria absolutamente de um instante para outro, apesar dessa rotação, e pareceria que o corpo estava parado; si ao contrario, a superficie desses corpos apresentar certos pontos fixos notaveis, que possam ser nitidamente caracterizados, então a rotação do corpo poderá ser perfeitamente apreciada, porque nesse caso o seu aspecto mudará constantemente.

E' o que acontece em geral com os nossos astros interiores, em cuja superficie se tem podido descobrir alguns pontos notaveis, já por sua maior obscuridade, já pelo brilho que apresentam, ou ainda por suas fórmas respectivas. E' assim que apanhando com a vista um desses pontos notaveis e acompanhando o seu movimento devido á rotação, tem-se conseguido determinar a posição do eixo de cada um dos astros interiores relativamente ao plano de sua orbita.

Supponhamos, fig. 41, um astro interior qualquer, e seja OO' a sua orbita, PP' o seu eixo de rotação, M uma mancha ou um signal notavel, que deverá mover-se segundo a linha MM' em virtude da rotação do astro. Ora, comprehende-se a possibilidade de determinar o angulo $MM'O'$, que nada mais é do que o complemento da inclinação PCM' do eixo de rotação sobre a orbita do astro; a inclinação será então $90° - MM'O'$. Esta operação apparentemente simples apresenta entretanto algumas difficuldades pelos cuidados que ella exige, poisque poder-se-á tomar por uma mancha ou signal notavel do astro um signal qualquer que não esteja adherente a elle e não lhe seja proprio, o que exige um olho muito exercitado da parte do observador.

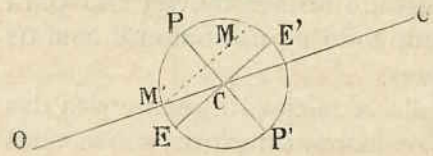

FIG. 41

Como sabemos já, é essa inclinação exactamente que estabelece não só a distincção entre as

estações como tambem a diversidade dos climas nos diversos corpos celestes, de sorte que nós aqui da Terra podemos determinar com precisão esses elementos astronomicos relativos aos diversos planetas do nosso mundo. Pelos dados obtidos a tal respeito vê-se que ha notavel differença entre a Terra e os diversos astros explorados até aqui, pois que alguns, como Mercurio, cujo eixo de rotação é inclinado de 20° sobre a orbita correspondente, offerece uma disposição muito mais desfavoravel á vida do que o nosso planeta, pois que lá o parallelo que o Sol parece descrever por occasião dos solsticios dista 70° do equador correspondente, emquanto que aqui na Terra essa distancia não passa de 23° 1/2; entretanto outros, como Jupiter, foram melhor aquinhoados, pois que o seu eixo de rotação é quasi perpendicular á sua orbita, de sorte a tornar por assim dizer nulla a distincção entre as quatro estações, poisque o Sol ahi dista apenas 2° mais ou menos do equador respectivo por occasião dos solsticios. Quanto ao Sol está calculada em pouco mais de 80° a inclinação do seu eixo da rotação sobre a ecliptica.

Quanto agora á duração das rotações, ella é facil de ser calculada, poisque basta para isso medir o tempo comprehendido entre duas apparições successivas de um mesmo ponto notavel da superficie do astro sobre o bordo oriental ou sobre o bordo occidental, ou ainda sobre o centro do disco, levando em conta porém o movimento de translação do astro, que é simultaneo com o de rotação.

Supponhamos que se queira determinar a duração da rotação do Sol, fig. 42, onde é observada uma mancha *a* no centro do disco por um observador collocado na superficie da Terra em *T*. Si o observador acompanhar essa mancha, verá que ella tornará a occupar o centro do disco solar em *a'* no fim de 27 1/2 dias, durante os quaes o Sol percorreu o arco *SS'* da eclyptica; vê-se pois que durante esse trajecto do Sol a mancha fez uma rotação inteira mais o arco *ba'*, que é equivalente ao arco *ss'* e que chamaremos φ.

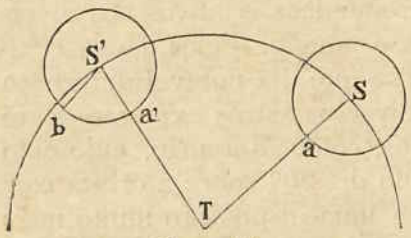

FIG. 42

Para ter o valor de φ diremos então: Si o Sol percorre 360° da ecliptica em 365,25 dias, quantos graus terá o arco $\varphi = SS'$, que elle percorre em 27,5 dias ?

A seguinte proporção:

$$360 : 365{,}25 :: \varphi : 27{,}5$$

nos dará: $\varphi = 27°{,}1$, o que quer dizer que a mancha em $27^1/_2$ dias descreveu $360° + 27°{,}1 = 387°{,}1$.

Para saber agora em quantos dias ella descreve 360°, diremos: Si a mancha em 27,5 dias descreveu 387°,1, em quantos dias ella descreverá 360°?

A nova proporção:

$$27{,}5 : 387{,}1 :: x : 360$$

nos dará: $x = 25{,}5$ dias, que é portanto o tempo que o Sol gasta para fazer uma rotação completa ao redor de seu eixo; do mesmo modo procederiamos com qualquer outro astro, tendo sempre o maximo cuidado em notar que a mancha em questão é propria do astro e portanto adherente a elle.

As medidas das rotações têm mostrado que ellas se fazem todas com um movimento uniforme e sempre do occidente para o oriente, apesar da diversidade dos planos correspondentes.

O quadro seguinte dá a duração d'essas rotações para os diversos astros interiores explorados até hoje:

Sol	25 1/2 ds.	Venus	23,3 hs.	Marte	24,6 hs.	Saturno	10,2 hs.
Mercurio	24,1 hs.	Terra	24,0 hs.	Jupiter	10,0 hs.	Urano	12,0 hs.

Quanto aos satellites, o unico susceptivel de uma exacta apreciação a tal respeito é a Lua, visto como os outros, cujos diametros extremamente pequenos não permittem tal apreciação, pouco interesse alem d'isso podem nos despertar.

A rotação da Lua se faz ao redor de um eixo quasi perpendicular á sua orbita e n'um periodo de 27 1/3 dias.

E' preciso fazer notar aqui a egualdade que existe entre o tempo de duração da rotação lunar e o da sua revolução ao redor da Terra, que é tambem de 27 1/3 dias; ora, a revolução da Lua ao redor da Terra poderia immediatamente denunciar

essa egualdade, porque o aspecto constantemente identico que nos apresenta a Lua, dando a entender que ella volta para a Terra sempre a mesma face, é o melhor indicio da egualdade entre o tempo da duração da rotação e o da translação. Esta egualdade porem não se dá tão perfeitamente como fica consignado aqui, pois que em ambos os bordos do disco lunar apparecem e desapparecem alternadamente certos pontos do hemispherio invisivel bastante vizinhos do circulo de separação, em virtude das pequenas variações que soffre a velocidade de translação, ora um pouco inferior e ora um pouco superior á de rotação, devido a ser uniforme a rotação e não uniforme a translação; a este movimento oscillatorio apparente da configuração do disco lunar deu-se o nome de *libração da Lua*.

Si, como nos indica a mecanica celeste, esta egualdade entre a duração dos dois movimentos poder se extender a todos os satellites, ficaremos tendo um exacto conhecimento dos periodos proprios ás suas rotações, por intermedio das translações, cujo conhecimento é sempre possivel obter.

Vamos tratar agora das translações planetarias.

Determinação dos planos das orbitas dos astros interiores e do tempo de duração de suas revoluções — Linha dos nós — Longitude do nó — Nó ascendente e nó descendente.

Vamos agora proceder ao estudo da determinação dos planos das orbitas em que se movem os diversos astros interiores, assim como da duração dos movimentos correspondentes, que supporemos sempre circulares, até que possamos dar as leis que devem substituir as do movimento circular.

Para determinar a posição do plano da orbita em que se move cada astro interior, basta medir a inclinação d'esse plano sobre a ecliptica e a distancia angular que vae da linha equinoxial á linha dos nós, distancia a que se dá o nome de *longitude do nó*, chamando-se *linha dos nós* á intersecção da orbita com a ecliptica. O ponto em que o astro atravessa a ecliptica, indo do hemispherio austral para o hemispherio boreal, se chama *nó ascendente*, dando-se o nome de *nó descendente* ao ponto opposto.

Assim, si $PEP'E'P$ representa um meridiano celeste, $EVE'V'E$ o equador, $LVL'V'L$ o plano da ecliptica e $MNM'N'M$ o plano da orbita de um planeta qualquer, fig. 43, MNL será a inclinação d'esses dois planos, V e V' os pontos equinoxiaes, N e N' os nós da orbita do planeta, VN a longitude do nó, VV' a linha dos equinoxios e NN' a linha dos

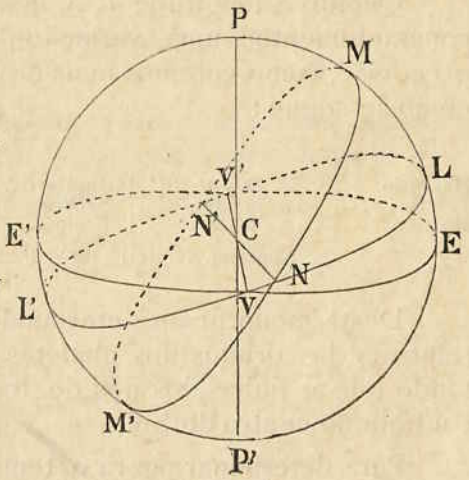

FIG. 43

nós, sendo N o nó ascendente e N' o nó descendente, si suppuzermos P o polo do norte e P' o polo do sul.

Pois bem, por processos especiaes, que não cabem no nosso programma de estudo, tem-se determinado a inclinação MNL do plano da orbita de cada planeta sobre o plano da ecliptica, achando-se os seguintes numeros approximados para essa inclinação :

Mercurio.....	7°	0'	8''	Jupiter.....	1°	18'	41''
Venus.....	3	23	35	Saturno.....	2	29	40
Marte.....	1	51	2	Urano.....	0	46	30

Neptuno..... 1° 46' 59''

Quanto á longitude VN dos nós, que soffre constantemente uma variação em virtude da precessão, como veremos mais tarde, foi calculada como se segue :

Mercurio.....	46°	33'	8''	Jupiter.....	98°	56'	17''
Venus.....	75	19	52	Saturno.....	112	20	53
Marte.....	48	23	53	Urano.....	73	13	54

Neptuno..... 130° 6' 25''

Deste modo ficam determinadas as posições relativas das orbitas dos planetas principaes, notando que as linhas dos nós de todos elles se encontram no centro do Sol.

Para determinar agora o tempo de duração de cada revolução, pode-se fazel-o contando o tempo comprehendido entre duas passsagens successivas do astro interior que se considera pelo meridiano de um mesmo astro exterior.

Assim fazendo, acharemos os seguintes numeros para representar essas revoluções, que se realizam sempre do occidente para o oriente :

Mercurio.....	3		mezes	Jupiter.....	12		annos
Venus.....	7	1/2	,,	Saturno.....	29	1/2	,,
Marte.....	23		,,	Urano.....	84		,,

Neptuno..... 165 annos

Mais tarde veremos como as leis de Képler permittem determinar estas revoluções immediatamente e sem necessidade de acompanhar a revolução do planeta, o que se torna inexequivel para os ultimos pelo enorme tempo que gastam para percorrerem a sua orbita.

Quanto aos satellites, basta consignar aqui a Lua, que faz a sua revolução ao redor da Terra no espaço de 27 $^1/_2$ dias, num plano inclinado de 5°9' sobre a ecliptica.

Damos em seguida um quadro, contendo os elementos astronomicos dos principaes astros interiores, em numeros approximados :

NOMES	DISTANCIA AO SOL	DIAMETROS	DURAÇÃO DA ROTAÇÃO			INCLINAÇÃO DA ORBITA			DURAÇÃO DA TRANSLAÇÃO			LONGITUDE DO NÓ		
			dias	horas	min.	graus	min.	seg.	annos	mezes	dias	graus	min.	seg.
Sol	0	110	25	12	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Mercurio	2/5	0,3	0	24	5	7	0	8	0	3	0	46	33	8
Venus	3/4	0,9	0	23	20	3	23	35	0	7	15	75	19	52
A Terra	1	1	0	24	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0
Marte	1 1/2	0,5	0	24	40	1	51	2	0	23	0	48	23	53
Jupiter	5 1/5	11,5	0	10	0	1	18	41	12	0	0	98	56	17
Saturno	9 1/2	9,5	0	10	15	2	29	40	29	6	0	112	20	53
Urano	19	4,25	0	12	0	0	46	20	84	0	0	73	13	54
Neptuno	30	3,7	?	?	?	1	40	59	165	0	0	130	6	25
A Lua	399/400	0,27	27	8	0	5	9	0	0	0	27 1/3	146	13	40

Estudo especial do movimento de rotação da Terra Systema de Copernico

Depois de ter feito naprimeira parte do nosso curso a apreciação da astronomia cultivada pelos antigos na celebre escola de Alexandria, determinando em seguida as distancias, figura e dimensões dos principaes astros interiores, assim como os seus movimentos proprios, vamos agora n'este capitulo fazer a exposição dos diversos systemas adoptados até hoje para explicar a constituição do nosso mundo e apresentar em seguida as provas decisivas em favor do duplo movimento da Terra.

Os antigos, cujos conhecimentos astronomicos limitavam-se mais ou menos ao estudo que fizemos na primeira parte do nosso curso e que ignoravam ainda as dimensões e distancias dos astros interiores, suppunham naturalmente que todos esses corpos, extremamente pequenos na apparencia relativamente á enorme massa que constitue o nosso planeta, giravam em torno d'elle como centro do systema; ora, nada mais natural do que essa supposição, pois que é exactamente a conclusão que podemos tirar, quando nos limitamos a apreciar o movimento continuo dos corpos celestes. D'ahi o systema adoptado na antiguidade chamado — *systema de Ptolomêo* — por nos ter sido transmittido por esse illustre astronomo em suas obras.

N'esse systema, que já nos é conhecido, considera-se a Terra immovel e ao redor d'ella girando a Lua, o Sol e todos os planetas conhe-

cidos outr'ora, isto é, Mercurio, Venus, Marte, Jupiter e Saturno, como se vê na fig. 44, onde não attendemos de modo algum ás distancias interplanetarias.

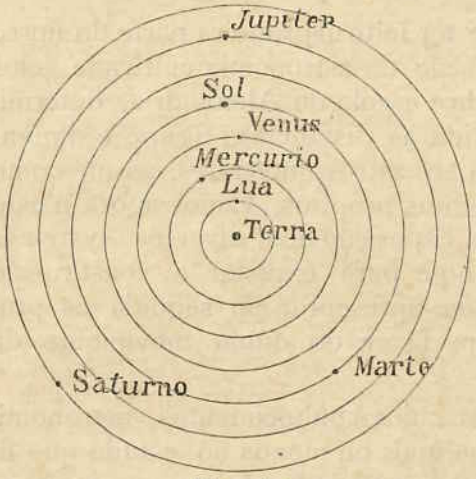

FIG. 44

Depois, porém, que se reconheceu que havia no espaço corpos muito maiores que a Terra, como Jupiter, por exemplo, sem falar no Sol, cujas dimensões são extraordinarimente grandes relativamente ás do nosso planeta, não se poude mais admittir a Terra immovel, girando ao redor della corpos de dimensões muito maiores, contra todos os principios da mecanica.

Nessas condições, houve então necessidade de substituir o antigo systema de Ptolomêo por um outro que estivesse de accordo com as indicações da mecanica e que melhor explicasse certos phenomenos celestes até então desconhecidos. Surgiu assim o systema universalmente adoptado hoje, chamado *de Copernico*, nome de seu instituidor, que, como vamos ver, não só satisfaz plenamente ás exigencias da mecanica, como explica com muito mais clareza e facilidade

os phenomenos celestes, principalmente os phenomenos de precessão, nutação e aberração, como tambem as estações e retrogradações planetarias, de que falaremos mais adiante. Nesse systema, representado na fig. 45, considera-se o

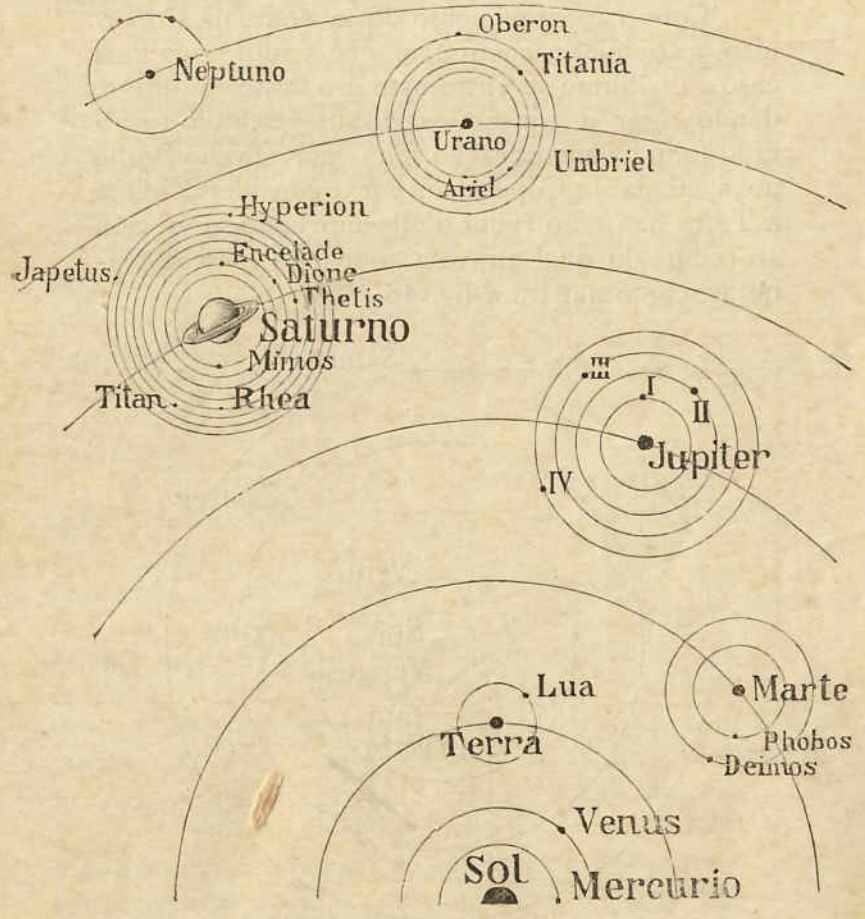

FIG. 45

Sol como centro do systema e ao redor d'elle girando em planos diversamente inclinados a Terra e todos os demais planetas, ao redor dos quaes por sua vez giram os satellites correspondentes.

Com o apparecimento do systema de Copernico, as opiniões, como acontece sempre em taes casos, dividiram-se entre este e o systema antigo, dando logar a constantes discussões, cujo resultado foi uma modificação feita por Tycho-Brahe no systema de Copernico, para considerar ainda a Terra fixa e ao redor d'ella movendo-se o Sol, ao redor do qual giravam todos os outros planetas, como mostra a fig. 46.

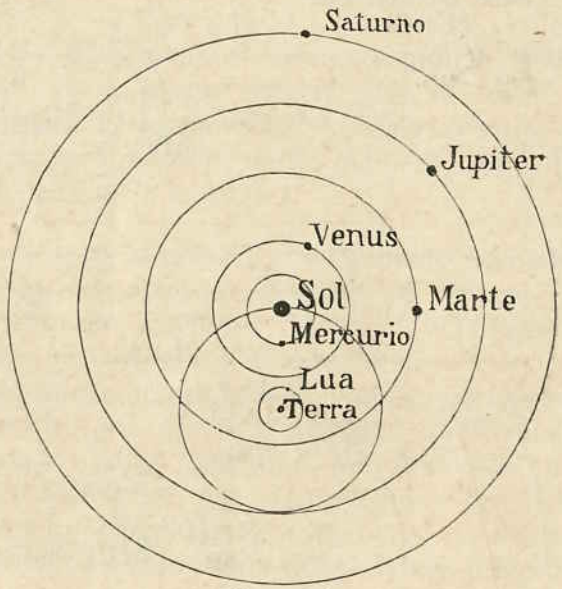

FIG. 46

Esta modificação, porém, não teve grande acceitação, porque assim como nós podemos considerar a Terra immovel, tambem estariam nesse direito os habitantes dos outros planetas, cujo movimento entretanto não póde ser posto em duvida por nós, como veremos em seguida.

Para satisfazer então ás duas partes surgiu uma nova modificação apresentada por Longomontanus, discipulo de Ticho-Brahe, para considerar o movimento de rotação da Terra tão sómente, persistindo em negar o seu movimento de translação.

Esta hypothese foi durante muito tempo acceita, mas afinal venceu a hypothese de Copernico, e hoje ninguem mais poderá negar o duplo movimento da Terra, cujas provas vamos passar a expor, começando pelo movimento de rotação e deixando para depois o estudo do movimento de translação.

Quanto ao movimento de rotação, basta considerarmos a sua existencia em todos os demais astros interiores, para não deixarmos de attribuil-o tambem á Terra, tanto mais que si a Terra tem realmente um movimento de translação ao redor do Sol, como vae ficar exuberantemente provado, como se poderão explicar então as modificações que apresenta o espectaculo diario do céo, sem attribuir á Terra esse movimento de rotação?

Alem dessas provas celestes apontadas em abono do movimento de rotação da Terra, temos ainda provas terrestres definitivas que não podem ser postas em duvida, como sejam o achatamento dos polos em virtude da força centrifuga gerada

por esse movimento e principalmente a experiencia do pendulo de Foucault, que consiste no seguinte: Si suspendermos um pendulo *P* pelo ponto *O* acima de um circulo *C* e fizermos esse pendulo oscillar segundo uma direcção qualquer *MN*, dando ao mesmo tempo ao systema um movimento de rotação ao redor do ponto *C*, veremos que apesar dessa rotação, o pendulo continuará a oscillar sempre na mesma direcção *MN* passando successivamente por todos os pontos *A*, *B*, *D*, etc. da circumferencia do circulo *C*.

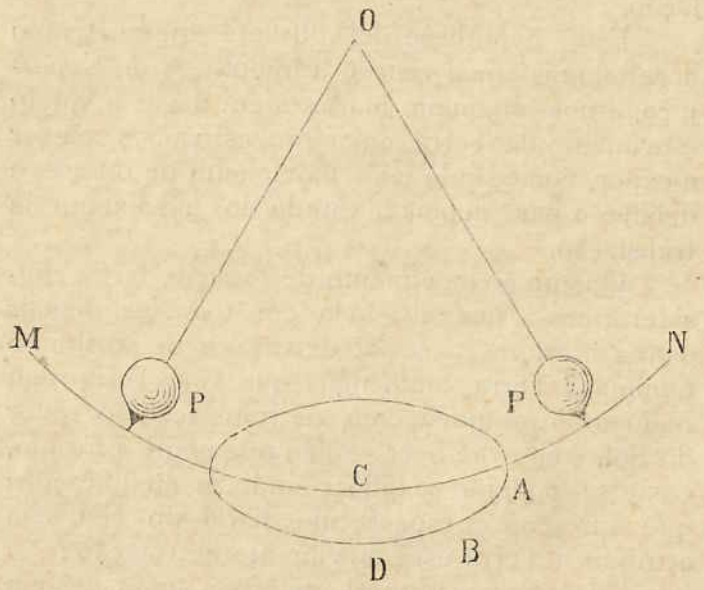

FIG. 47

Pois bem, para provar o movimento de rotação da Terra, Foucault installou no Pantheon, em Paris, um pendulo nessas condições, e observou que as suas oscillações percorriam o circulo inteiro durante vinte e quatro horas, e, como elle já sabia que o plano de oscillação do pendulo devia ser constante, concluiu que era a Terra que se movia arrastando comsigo o circulo a que estava suspenso o pendulo. Ninguem mais desde então poderá negar o movimento de rotação da Terra, diante de provas tão convincentes.

Quando dermos as provas que attestam o movimento de translação do nosso planeta, ficaremos então plenamente convencidos da existencia do seu movimento de rotação.

Fica, pois, estabelecido que o movimento diario do céo ao redor da Terra, conforme estabeleceram os antigos, no sentido do oriente para o occidente, não passa de uma illusão, semelhante a que nos offerecem os corpos fixos diante dos quaes passamos com uma grande rapidez, e que na realidade é a Terra que se move ao redor da linha dos polos, porém em sentido contrario, isto é, do occidente para o oriente, conforme a doutrina de Copernico.

Alem disso, essa doutrina não alterou de modo algum os calculos relativos ao movimento diurno, porque tanto importa dizer, pela doutrina de Ptolomêo, que o Sol ou outro qualquer astro passou no horizonte ou no meridiano, como, pela de Copernico, que o horizonte ou o meridiano, passaram pelo astro, o phenomeno geometrico sendo perfeitamente o mesmo em ambos os casos, havendo sómente inversão de linguagem, que se torna até desnecessaria.

Tendo provado á toda evidencia o movimento diurno da Terra ao redor do seu eixo, vamos agora ver como ficam naturalmente explicados pela doutrina de Copernico os phenomenos devidos a esse movimento, para em seguida apresentarmos as provas concludentes do seu movimento annual ao redor do Sol, e vermos como mais facilmente se explicam os phenomenos celestes por essa doutrina do que pela antiga doutrina de Ptolomêo.

Para explicar os phenomenos devidos ao movimento de rotação da Terra, como seja a differença do dia e da noite nos diversos logares da mesma, basta considerar, como fez Copernico, o eixo terrestre deslocando-se parallelamente a si mesmo ao redor do Sol e inclinado sempre de 66 $^1/_2$ graus sobre o plano da ecliptica, cuja circumferencia será assim descripta pelo centro do nosso planeta no decurso de um anno. Desta sorte, cada polo da Terra se dirigirá sempre para as mesmas estrellas durante todo o trajecto annual, como acontece exactamente no céo.

Desde então, a diversidade na duração dos dias e das noites ficará explicada si considerarmos a recta que une o centro do Sol ao centro da Terra como representando cada dia a direcção dos raios solares para o conjuncto do nosso globo, que ficará assim a cada instante dividido em dois hemispherios, um dos quaes esclarecido, emquanto o outro fica nas trevas.

Na fig. 48, onde *S* representa o Sol, *PP'* a linha dos polos, *EE'* o equador e *T*, *T*,' *T*," etc. a posição do centro da Terra na ecliptica durante o anno, conforme a doutrina de Copernico, vê-se que o polo *P* do norte fica na sombra ao mesmo tempo que o do sul P' fica na claridade, durante seis mezes consecutivos, e vice-versa; isto se dá justamente durante o tempo em que a Terra vae de um equinoxio *T* ao outro *T*"' ou deste ao primeiro, motivo pelo qual as noites astronomicas, assim como os dias, têm seis mezes de duração em cada um dos polos, como já vimos no começo de nosso estudo.

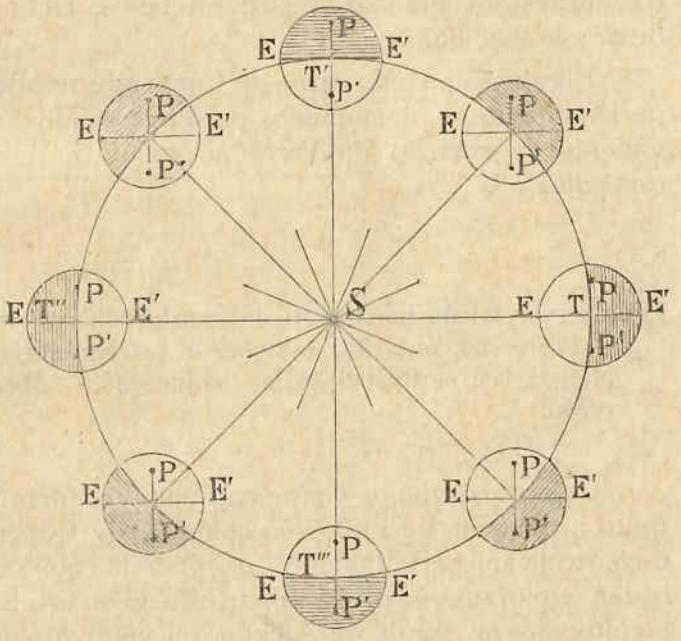

FIG. 48

Vê-se mais que só por occasião dos equinoxios, em *T* e *T*," a noite é egual ao dia para todos os habitantes da Terra, pois que só

então o plano que divide os dois hemispherios contém a linha dos polos. Nota-se ainda que sómente os habitantes do equador têm a noite egual ao dia durante o anno, como já sabemos, porque o equador é o unico circulo da Terra que fica constantemente dividido ao meio pelo plano que separa os dois hemispherios. Vê-se afinal que os diversos parallelos da Terra são divididos diversamente durante o anno por esse mesmo plano, dando logar á diversidade na duração dos dias e das noites nos diversos logares da Terra, facto já de nós conhecido.

Eis ahi como a doutrina de Copernico explica perfeitamente os phenomenos produzidos pelo movimento de rotação da Terra ao redor da linha dos polos.

Estudo especial do movimento de translação da Terra. — Precessão, nutação, estações e retrogradações planetarias. — Opposição e Conjuncção. — Aberração.

Como se acaba de ver no capitulo precedente, tanto a doutrina de Ptolomêo como a de Copernico, explicam perfeitamente os phenomenos celestes explorados na primeira parte do nosso estudo e cultivados na escola de Alexandria, motivo pelo qual elles não podem servir de fundamento para adoptarmos uma d'essas doutrinas de preferencia á outra, relativamente ao movimento de translação da Terra, que vae ser o nosso assumpto actual.

O mesmo não acontece, porém, com os phenomenos chamados *precessão* e *nutação,* ou com as *estações* e *retrogradações planetarias,* que ficam muito melhor explicados pela doutrina de Copernico, e principalmente com o phenomeno chamado *aberração,* que é inteiramente incompativel com a doutrina antiga e se acha de perfeito accordo com a de Copernico, como vamos ver neste capitulo.

Comecemos pelos phenomenos de precessão e nutação, para depois tratarmos dos outros.

Como sabemos até aqui, a declinação de uma estrella qualquer conserva-se inalteravel durante todo o anno, assim como a sua ascensão recta. Pois bem, Hypparco, que viveu no segundo seculo anterior á éra christã, apesar da imperfeição dos instrumentos de que dispunha, conseguiu descobrir que esses elementos das estrellas soffriam uma variação muito lenta e quasi imperceptivel durante o anno, comparando as suas medidas com as obtidas um seculo e meio antes delle por Aristillo e Timocharis, nos primeiros tempos da escola de Alexandria. Para bem apanhar a lei que regula essas variações muito lentas, Hypparco comparou as latitudes e as longitudes celestes de algumas estrellas, em vez de se guiar pelas declinações e ascenções rectas, que não lhe apresentavam uma certa regularidade nas variações correspondentes.

Antes de proseguirmos vamos dizer o que se entende por *latitudes* e *longitudes celestes* de um astro qualquer.

Para isso seja (fig. 49), *PEP' E' P* a esphera celeste, *E E'* o equador, *C C'* a ecliptica e *QQ'* os polos da ecliptica; todos os circulos taes como *Q AB Q'* perpendiculares á ecliptica e que passam pelos seus polos são chamados *circulos de latitude;* chama-se então *latitude* de um astro qualquer *A* a sua distancia angular *AB* á ecliptica, contada sobre o circulo de latitude *Q A Q'* que passa pelo astro e *longitude* do mesmo astro o arco ♈ *B* da ecliptica comprehendido entre o ponto vernal ♈ e o referido circulo.

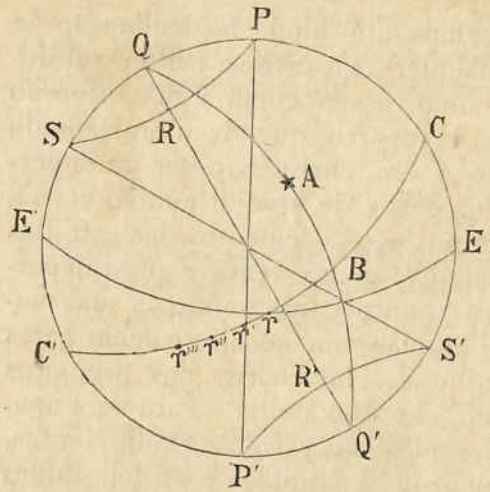

FIG. 49

Fazendo as comparações a que nos referimos atraz, Hypparcho notou que todas as latitudes que havia medido se tinham conservado constantes desde Aristillo e Timocharis até elle, mas que as longitudes ao contrario se achavam todas augmentadas na razão de 1° para 72 annos, isto é, haviam augmentado 50" por anno, que tal é a quantidade de que augmenta cada anno a longitude celeste das estrellas, e que é preciso levar em conta nos calculos correspondentes. Ora, si as estrellas são

fixas no céo e a sua distancia ao ponto vernal cresce de 50" por anno, é signal de que o ponto vernal vae se deslocando dessa quantidade todos os annos e tomando as posições successivas ♈', ♈" ♈"', etc., de sorte a descrever a ecliptica no decurso de 260 seculos.

Acontecerá então que o equinoxio produzindo-se num certo anno no ponto ♈, se produzirá no anno seguinte no ponto ♈', no seguinte no ponto ♈" e assim successivamente, isto é, o equinoxio cada anno se dará antes da época em que se deu no anno anterior, *precederá* o do anno anterior, donde o nome de *precessão* dos equinoxios dado a esse phenomeno notavel.

Vamos ver agora como os antigos explicavam esse phenomeno com a doutrina de Ptolomeo e como elle fica explicado de um modo incomparavelmente mais racional pela doutrina moderna de Copernico.

Os antigos, para explicar o facto observado da precessão dos equinoxios, attribuiam á esphera celeste, alem de sua rotação diaria do oriente para o occidente ao redor da linha dos polos *PP'*, fig. 49, uma outra rotação do occidente para o oriente ao redor do eixo *QQ'* da ecliptica, no periodo de 260 seculos.

E' impossivel quasi imaginar-se uma combinação tão complicada entre esses dois movimentos tão diversos, quer em direcção, quer em velocidade, ao passo que pela doutrina de Copernico, basta suppor que o eixo da Terra, em vez de conservar sempre a mesma direcção *PP'*, tenha um movimento conico do oriente para o

occidente ao redor do eixo QQ' da ecliptica, de modo que o polo descreverá um pequeno circulo $P\ R\ S\ Q\ P$ no periodo de 260 seculos, o que dará 50" desse circulo por anno. Nessas condições o equador, sem mudar a sua inclinação sobre a ecliptica, não fará mais do que deslocar annualmente a sua intersecção com aquelle plano, dando logar á precessão dos equinoxios. Tanta facilidade e simplicidade se acha nesta concepção quanto difficil e complicada se encontra a concepção antiga.

Em virtude da precessão dos equinoxios, como se acaba de ver, os polos não occupam sempre a mesma posição relativa no céo, de sorte que o polo do norte, que se acha actualmente muito proximo á estrella polar, irá se afastando della cada vez mais, de maneira que para o futuro essa estrella não poderá mais exercer as funcções de *estrella polar*, que serão então melhor desempenhadas pela estrella Wéga, da qual vae aquelle polo se approximando gradativamente.

O phenomeno da precessão dos equinoxios, que acabamos de explorar, em virtude do qual o ponto vernal descreve a ecliptica inteira durante o longo periodo de 260 seculos, é devido ás acções combinadas do Sol e da Lua sobre a massa do nosso planeta attrahindo-se reciprocamente e toma por isso tambem o nome de *precessão luni-solar*, para distinguil-a da *precessão planetaria* devida ás acções combinadas dos planetas com a Terra e em virtude da qual o ponto vernal descreve ao mesmo tempo o equador; o effeito total produzido pela precessão luni-solar com a

precessão planetaria sobre as coordenadas astronomicas toma o nome de *precessão geral.*

A fig. 50 vae esclarecer melhor esta distincção entre as tres sortes de precessão; seja $E\ E'$ o equador e $Q\ Q'$ a ecliptica correspondente, para um certo anno; em virtude da precessão luni-solar o ponto vernal V no fim de alguns annos tomaria a posição V', mas em virtude da precessão planetaria elle virá occupar na mesma occasião a posição V'', por isso que ao mesmo tempo que o equador se desloca sobre a ecliptica, esta se desloca sobre o equador, arrastando comsigo o ponto vernal; VV' será então a precessão luni-solar, $V'\ V''$ a precessão planetaria e a differença entre ellas será a precessão geral.

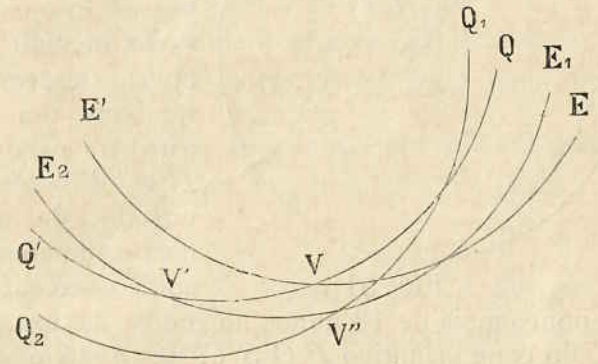

FIG. 50

Passemos agora ao phenomeno de nutação. O astronomo Bradley, medindo as declinações e as ascensões rectas de certas estrellas e corrigindo-as do erro devido á precessão, notou que apesar disso ellas não occupavam no céo a posição que lhe era indicada pelo calculo, e que cada estrella,

como *A* por exemplo, fig. 51, ora se afastava, ora se approximava do polo *P* e sempre periodicamente de modo a gastar pouco mais de 18 annos para voltar á mesma posição.

Como explicar agora este novo phenomeno? Os antigos, que não o conheceram, em virtude da imperfeição de seus instrumentos, o explicariam suppondo um novo movimento á esphera celeste, mais complicado ainda que o imaginado para a precessão. Entretanto, pela doutrina de Copernico, basta suppor que o polo *P*, ao mesmo tempo que descreve o circulo *S P Q S* devido á precessão no periodo de 260 seculos, descreverá tambem um pequeno circulo *P' P'' P''' P'* em virtude de um novo movimento conico executado em pouco mais de 18 annos ao redor da geratriz *P C* do cone primitivo *P Q S C*; deste modo cada estrella parecerá afastar-se e approximar-se alternativamente do polo no periodo citado.

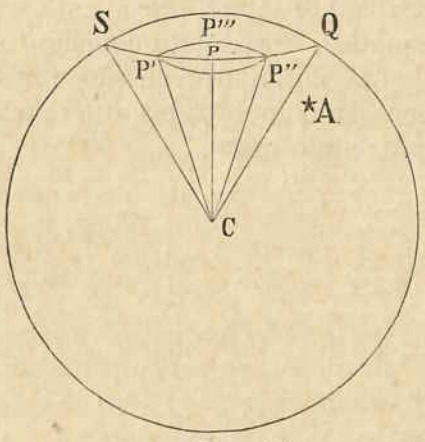

FIG 51

E' a este phenomeno que se dá o nome de *nutação* do eixo terrestre, e que é devido á acção combinada da Lua com o eixo da Terra.

Estudemos agora as estações e as retrogradações planetarias. Si observarmos por muito tempo o movimento de um planeta qualquer no céo, veremos que elle ora parece avançar entre as estrellas, ora parece estacionar durante algum tempo no céo e finalmente parecerá caminhar em sentido contrario, isto é, retrogradar, para em seguida avançar novamente e assim por diante, de modo a oscillar entre os dois limites. Foi a esses dois ultimos phenomenos que se deu o nome de *estações* e *retrogradações planetarias*, dando-se ao movimento de oscillação do planeta o nome de *digressão*.

Vamos agora explicar esses phenomenos pelos dois systemas planetarios em discussão e ver como elles se conciliam mais com o systema de Copernico do que com o de Ptolomêo.

Tendo adoptado o systema de Ptolomêo, os antigos explicavam esses phenomenos imaginando que cada planeta descrevia um circulo, que elles chamavam *epyciclo*, cujo centro por sua vez descrevia um outro circulo, chamado *deferente*, ao redor da Terra. Assim, cada planeta *V*, fig. 52, descreveria um epyciclo *V V'* cujo centro C descrevesse um deferente *V O V' V* ao redor da Terra *T*, produzindo uma digressão *V T V'*.

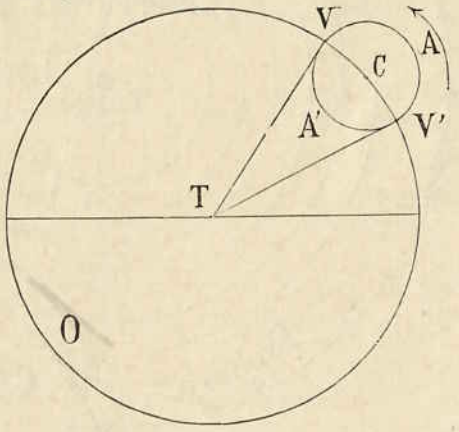

FIG. 52

Ficam deste modo explicados os phenomenos citados, porque, suppondo que a esphera celeste se move no sentido da flecha, quando o planeta se dirige de V' para V, percorrendo o arco $V'\ A\ V$, elle parecerá avançar e quando se dirige de V para V', percorrendo o arco $V\ A'\ V'$, elle parecerá retrogradar, estacionando nos pontos V e V' por occasião de mudar o sentido domovimento.

Ora, vê-se aqui já a modificação que tiveram de fazer os antigos em seu systema planetario, o qual fica definitivamente representado na fig. 53.

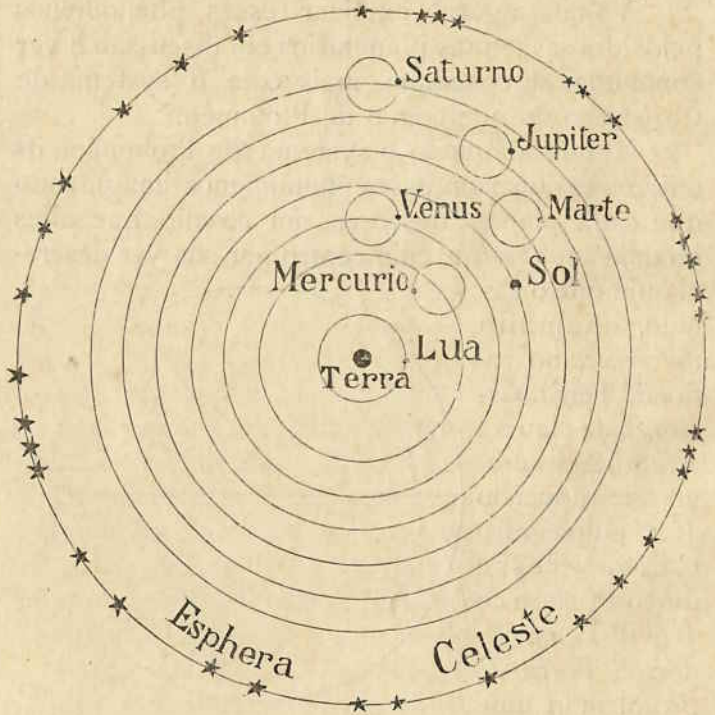

FIG. 53

para poderem explicar esses phenomenos, ao passo que elles ficam perfeitamente explicados pela doutrina de Copernico sem necessidade de modifical-a absolutamente, tal é o accordo que existe entre ella e os phenomenos observados. Realmente, o phenomeno das estações e retrogradações planetarias nada mais é do que uma illusão devida aos movimentos combinados da Terra e dos planetas restantes.

Para explicar as estações e retrogradações planetarias pelo systema de Copernico vamos considerar separadamente um planeta inferior e outro superior. Seja o planeta superior M, fig. 54, circulando juntamente com a Terra T ao redor

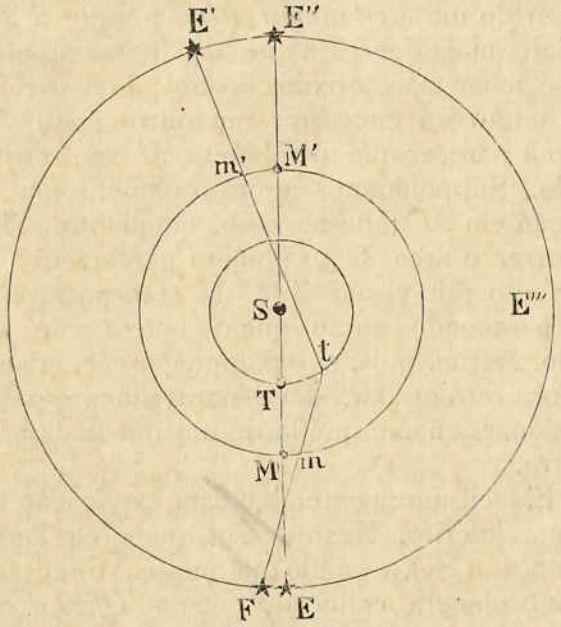

FIG. 54

do Sol *S*, de accordo com a doutrina de Copernico, e *EE' E'' E''' E* a abobada estrellada, onde vão tocar sempre os nossos raios visuaes dirigidos para um astro qualquer. Quando a Terra *T*, o planeta superior *M* e o Sol *S* estiverem na mesma direcção, achando-se a Terra entre o planeta e o Sol, diz-se que o planeta está em *opposição*, e que está em *conjuncção* na posição *M'*, quando o Sol se acha entre o planeta e a Terra.

Quando o planeta está em opposição em *M*, o nosso raio visual dirigido para elle vae tocar em um certo ponto *E* da esphera celeste; quando a Terra tiver percorrido o arco *Tt* o planeta terá percorrido um arco menor *Mm*, porque a Terra caminha mais depressa que os planetas superiores por se achar mais proxima do Sol; o nosso raio visual então irá encontrar um outro ponto *F*, de modo a parecer que o planeta *M* vae retrogradando. Supponhamos agora o planeta em conjuncção em *M'*; nesse caso, emquanto a Terra percorrer o arco *Tt*, o planeta percorrerá o arco *M'm'* e o raio visual *TM'* se transportará para *tE'*, parecendo então que o planeta vae avançando. Assim, pois, si o planeta parece, ora avançar, ora retrogradar, deve naturalmente parecer estacionar quando muda de um movimento para o outro.

E' facil agora extender esta explicação a um planeta inferior. Neste caso, quando a Terra, o planeta e o Sol, estando na mesma direcção, se achar o planeta collocado entre a Terra e o Sol em *V*, diz se que elle está em *conjuncção inferior* e

que está em *conjuncção superior* quando o Sol se achar entre a Terra e o planeta *V'*, fig. 55.

Supponhamos, pois, que o planeta se acha em conjuncção inferior em *V*, o nosso raio visual irá tocar a esphera celeste no ponto *E*, mas emquanto a Terra descreve o arco *Tt*, o planeta descreverá um arco maior *Vv*, por se achar mais

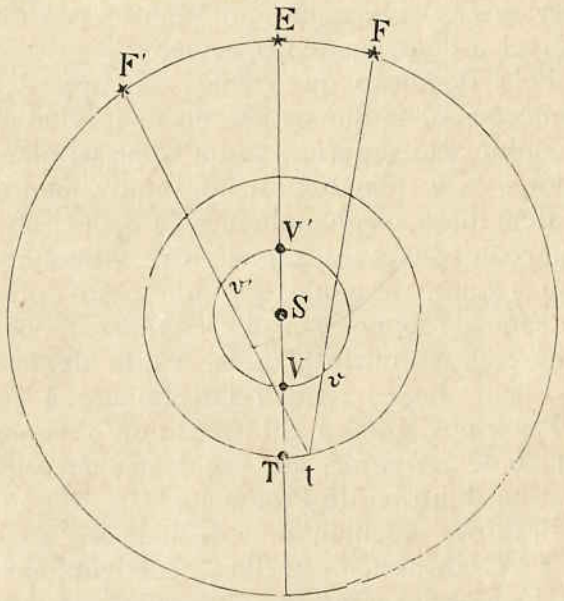

FIG. 55

proximo do Sol e então o nosso raio visual se transportará para o ponto *F*, de modo a parecer que o planeta retrogradou. Si agora a Terra, achando-se ainda em *T* o planeta se achar em conjuncção superior em *V'*, o nosso raio visual irá encontrar ainda o ponto *E*, mas emquanto a Terra se transporta para o ponto *t*, o planeta descre-

verá o arco $V'v'$ e o nosso raio visual se transportará para o ponto F' do céo, parecendo que o planeta avançou. Si pois o planeta ora avança, ora retrograda, deve haver uma occasião em que elle parecerá estacionar.

Pergunta-se agora, qual das duas doutrinas está mais de accordo com estes phenomenos observados? A resposta não póde deixar de ser favoravel á doutrina de Copernico.

Pela definição que demos de opposição e conjuncção, vê-se que os planetas superiores não têm conjuncção superior, assim como os planetas inferiores não têm opposição, relativamente ao Sol; alem disso, os phenomenos da opposição e da conjuncção pódem realizar-se entre astros interiores quaesquer, de modo que um certo planeta póde estar em opposição ou conjuncção com a Lua ou com um outro planeta, o que dependerá da posição desses astros relativamente á Terra.

Passemos agora á apreciação do phenomeno chamado de *aberração*, que vae desfechar o golpe mortal na doutrina de Ptolomêo.

Bradley, calculando as declinações e ascensões rectas de certas estrellas e corrigindo-as dos erros devidos á refracção, á parallaxe, á precessão e á nutação, notou que ellas não occupavam no céo a posição que lhe era indicada pelo calculo, e attribuiu essa circumstancia ao seguinte: supponhamos, fig 56, $A\,L$ uma luneta assestada para uma certa estrella E; ora, emquanto a luz da estrella percorre o espaço $E\,L$ para chegar ao observador em A, este, em virtude do movimento da Terra, tem percorrido já o espaço $A\,A'$ e verá

a estrella na posição E', quando ella está realmente em E, e d'ahi o erro encontrado por Bradley e por elle mesmo explicado, devido ao desvio $E\,A'\,E'$ chamado *aberração da luz*.

Quem primeiro descobriu a velocidade da luz, calculando-a em 300 milhões de metros por segundo, foi o astronomo dinamarquez Roëmer, observando os eclipses dos satellites de Jupiter, de que falaremos mais tarde. Vendo esse astronomo que esses eclipses não se davam ás horas indicadas nas taboas deixadas por Dominique Cassini e sim um pouco mais tarde, concluiu que a differença notada era devida ao tempo que a luz gastava para chegar até elle.

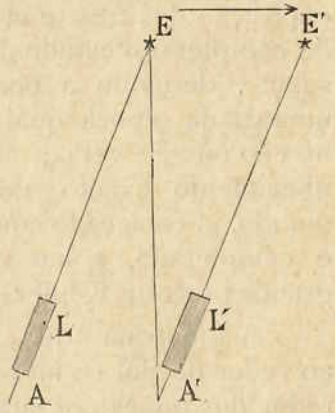

FIG. 56

Como se vê, o phenomeno da aberração da luz nas estrellas não se daria de modo algum si a Terra fosse immovel, de sorte que esse facto, que os antigos desconheceram, veiu fechar com chave de ouro a discussão entre a doutrina de Ptolomêo e a de Copernico, proclamando por toda a parte a superioridade desta ultima.

Fica assim terminada a discussão entre os systemas planetarios conhecidos até hoje e definitivamente provado o duplo movimento da Terra, que será considerada desde agora no numero dos planetas que constituem o nosso mundo.

Leis de Képler. — Orbitas excentricas e ellipticas. — Movimentos dos cometas e dos satellites

Tendo estabelecido com a doutrina de Copernico a posição relativa dos diversos astros que constituem o nosso mundo, vamos agora fazer a exposição das tres grandes leis de Képler, afim de completar o estudo da constituição do systema solar , de modo a podermos prever sempre em uma dada época qual a posição de tal astro no céo ou vice-versa; ficaremos assim com o conhecimento exacto da constituição do nosso mundo, já começado com a doutrina de Copernico e completado, como vae ser agora, pelas tres grandes leis de Képler.

A doutrina de Copernico nos diz que ao redor do Sol se movem todos os planetas, ao redor dos quaes por sua vez se movem os satellites correspondentes, suppondo sempre esses movimentos uniformes, do occidente para o oriente, e realizados em circulos diversamente inclinados.

As leis de Képler, completamente de accordo com a hypothese de Copernico, vão entretanto modifical-a relativamente á figura circular das diversas orbitas planetarias, sem alterar absolutamente a idéa fundamental de tal hypothese, que continúa a mesma.

Vejamos o motivo que levou o grande Képler a modificar a figura circular das diversas orbitas planetarias. Consideremos para isso o Sol *S* e a

Terra *T*, fig. 57, movendo-se ao redor d'elle segundo um circulo, no decurso de um anno. Si a

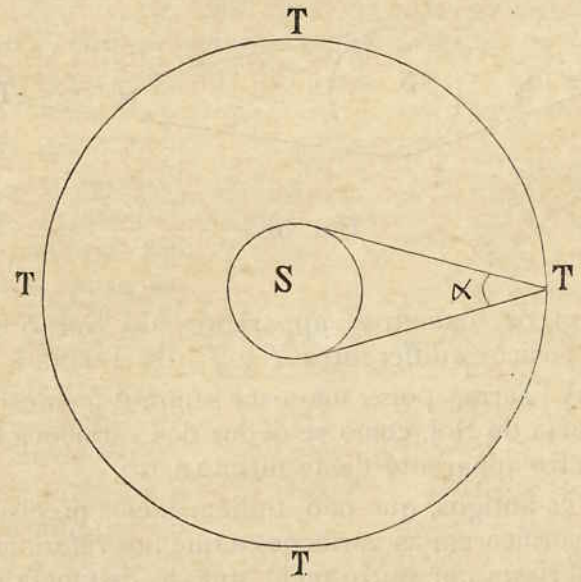

FIG. 57

orbita da Terra fosse circular, tendo o Sol como centro, o diametro apparente *a* d'este astro seria o mesmo durante todo o periodo de um anno, e é justamente o que não se observa, pois o diametro apparente do Sol varia sensivelmente no decurso de um anno inteiro, acontecendo o mesmo com todos os demais astros interiores.

A que attribuir então essa variação ? E' que a Terra não se acha sempre á mesma distancia

do Sol, ora afasta-se, ora approxima-se delle, como se verifica na fig. 58, onde a e a' repre-

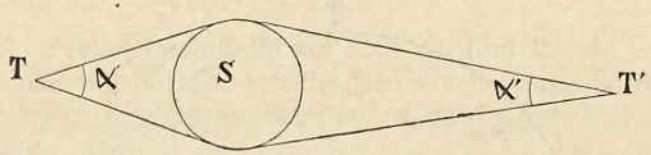

FIG. 58

sentam os diametros apparentes do Sol S em duas posições differentes T e T' da Terra.

A Terra, pois, não está sempre á mesma distancia do Sol, como se deduz das variações do diametro apparente deste ultimo astro.

Os antigos, que não tinham meios precisos, para verificarem as variações a que nos referimos, descobriram por outro meio que a distancia do Sol á Terra variava dia a dia. Para isso elles determinaram a grandeza angular do arco da ecliptica descripto diariamente pelo Sol e viram que essa grandeza variava de um dia para outro, o que não aconteceria si a distancia do Sol á Terra fosse sempre a mesma.

Por um ou por outro meio fica estabelecido que a distancia do Sol á Terra não é constante durante o periodo de um anno.

Então, de duas uma, ou o Sol não occupa o centro da ecliptica, ou a ecliptica não é circular.

Os antigos, que persistiam em dar a fórma circular ao caminho descripto apparentemente pelo Sol, collocavam a Terra, não no centro C da ecliptica, fig. 59, mas em um ponto excentrico T, afim de estarem de accordo com os factos observados. Realmente, desse modo, fica explicado o motivo por que o Sol parece não descrever cada dia o mesmo arco da ecliptica, porque suppondo-o em duas posições oppostas S e S' e suppondo ainda que elle gasta um dia para ir de S a A e de S' a A', vê-se que a grandeza angular do arco SA é maior que a do arco $S'A'$, e que ella vae diminuindo quando o Sol caminha de S para S', no sentido da flecha, e augmentando quando elle caminha de S' para S.

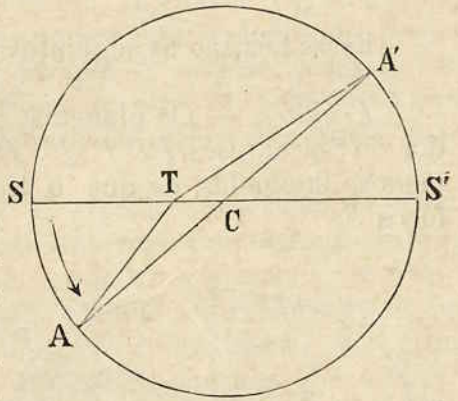

FIG. 59

Essa hypothese dos antigos, da orbita excentrica do Sol, extendia-se a todos os outros astros, que moviam-se então em circulos diversos tendo a Terra, não no centro do circulo, porém em um ponto afastado delle; a essas orbitas assim consideradas davam o nome de *orbitas excentricas*.

Képler, porém, que dispunha de meios de observação mais precisos, e achando que as or-

bitas excentricas mal explicavam a diversidade notada no movimento dos diversos astros interiores em suas orbitas, instituiu as leis que conservaram o seu nome e que não só explicam perfeitamente os phenomenos observados, como ainda permittem fixar a posição de um astro qualquer em sua orbita num instante dado.

Essas leis são as seguintes :

Primeira. — Os planetas descrevem ao redor do Sol ellipses $PP'P''P'''P$, fig. 60, mais ou menos alongadas, de que o Sol occupa um dos focos S.

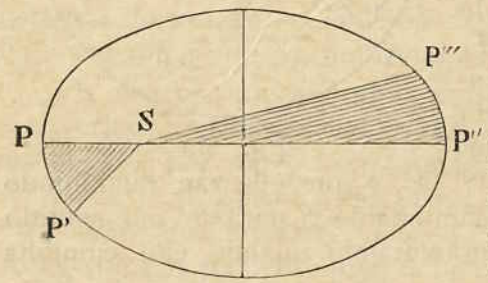

FIG. 60

Segunda. — As áreas PSP' e $P''SP'''$ descriptas pela recta SP que une o centro de cada planeta ao centro do Sol, são proporcionaes aos tempos empregados em descrevel-as.

Terceira. — Os quadrados dos tempos de revolução dos planetas são proporcionaes aos cubos das suas médias distancias ao Sol.

Estas leis, applicaveis ao movimento dos planetas com relação ao Sol, extendem-se tambem

aos movimentos dos satellites com relação aos planetas correspondentes.

A primeira lei explica perfeitamente a variação que apresenta constantemente a distancia de cada planeta ao Sol. O ponto P, fig. 60, em que o planeta se acha mais proximo do Sol, se chama o *perihelio*, e o ponto opposto P'', em que se acha mais afastado, se chama o *aphelio*; para os satellites estes nomes são substituidos respectivamente por *perigeu* e *apogeu*, assim a Lua está no seu perigeu quando se acha mais proxima á Terra e no seu apogeu quando mais afastada.

A segunda lei explica a variação na velocidade de cada astro interior. Combinando esta lei com a primeira, póde-se evidentemente fixar o curso total de cada planeta, determinando os seis elementos seguintes: a inclinação da orbita e a longitude do nó, ja considerados anteriormente quando tratámos da determinação das orbitas planetarias; a longitude do perihelio, que fixará a situação do grande eixo da ellipse: a distancia média ao Sol e a excentricidade da ellipse, que especificarão a verdadeira figura da orbita; finalmente, a duração da revolução sideral, que dará a velocidade média.

A terceira lei serve para estabelecer uma relação entre as distancias dos planetas ao Sol e os tempos periodicos de suas revoluções, de modo a não ser mais preciso, como até agora faziamos, observar directamente toda a revolução de um planeta para podermos determinar o seu periodo.

Sabendo-se, por exemplo, que Jupiter descreve a sua orbita em 12 annos e que sua distancia média ao Sol é de 5,2 vezes a da Terra, desde que se determine a distancia média de Urano ao Sol, que é 19 vezes a da Terra, para determinar a sua revolução, basta applicar a terceira lei de Képler e então teremos:

$$\frac{(12)^2}{x^2} = \frac{(5,2)^3}{(19)^3}, \text{ donde tiramos: } x = \sqrt{\frac{(12)^2 \times (19)^3}{(5,2)^3}}$$

Effectuando as operações indicadas, acha-se para x um valor proximamente egual a 84, que é mais ou menos o numero de annos que gasta Urano para fazer a sua revolução ao redor do Sol. Quando Herschel descobriu esse planeta determinou immediatamente por esse meio a sua revolução, sem ter necessidade de acompanhal-a durante todo o seu periodo, o que lhe teria sido impossivel; foi mais uma, entre tantas outras provas, por que têm passado as grandes leis de Képler.

Os cometas, que só differem dos planetas por descreverem orbitas extraordinariamente alongadas e grandemente inclinadas sobre a ecliptica, se movem tambem de accordo com as leis de Képler, e, si errada e absurdamente se diz que elles descrevem parabolas, é porque a parabola representa ahi o mesmo papel que as orbitas circulares com relação aos planetas.

Realmente, dizer-se que descreve uma curva aberta, como é a parabola, um astro que reapparece periodicamente depois de ter desapparecido,

como acontece com os cometas, é o maior dos absurdos. O que acontece é o seguinte: como os cometas descrevem ellipses extremamente alongadas, elles só são vistos por nós emquanto percorrem quasi metade de sua orbita, isto é, a porção $M\,M'\,M''$, fig. 61, para desapparecerem em seguida a nossos olhos,

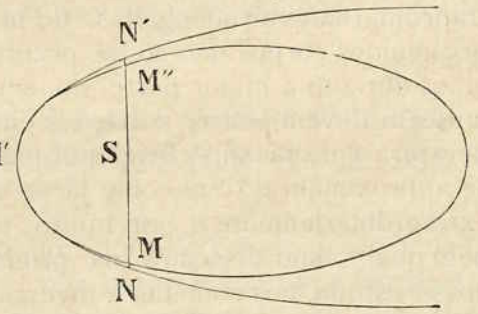

FIG. 61

como acontece com os cometas de longo curso, porque os ha cuja orbita se acha toda dentro do espaço limitado pelos planetas conhecidos até hoje. Desta sorte, assim como nós podemos num primeiro estudo preliminar considerar circulares as orbitas planetarias, por differirem muito pouco de um circulo, podemos tambem substituir a orbita elliptica $M\,M'\,M''\,O\,M$ por uma orbita parabolica $N\,M'\,N'$, tendo o mesmo foco S, dentro do limite $N\,M'\,N'$, porque realmente a porção $N\,M'\,N'$ da parabola differe extremamente pouco da porção $M\,M'\,M''$ da ellipse.

Vê-se, pois, que a idéa das orbitas parabolicas para os cometas, que foi proposta por Newton, representa aqui o mesmo papel que as orbitas circulares para os planetas, não passando de uma approximação mais exacta, tratando-se dos cometas, do que as orbitas circulares, que só podem ser ap-

plicadas com verdadeiro exito tratando-se dos planetas.

Assim pois, os cometas nada mais são do que pequenos planetas descrevendo ellipses extraordinariamente alongadas, de modo que esses pequeninos corpos não só se occultam a nossos olhos durante a maior parte do seu curso, como tambem devem soffrer variações enormes de temperatura em sua superficie, porque tão depressa se approximam do Sol como já se afastam d'elle extraordinariamente e por muito tempo, motivo pelo qual, como dissemos na primeira parte do nosso estudo, nos cometas a diversidade nas estações e nos climas é mais devida á extraordinaria distancia a que elles se afastam do Sol do que á inclinação das suas orbitas, que torna-se então uma causa insignificante.

Os satellites, girando ao redor dos planetas, descrevem tambem ellipses mais ou menos alongadas, de que o planeta occupa um dos focos, movendo-se então de accordo com as leis de Képler; comprehende-se, pois, a difficuldade que deve apresentar a determinação de tal movimento, tratando-se de corpos girando ao redor de um foco, que por sua vez tem um movimento ao redor de um outro foco, semelhantemente ao que succedia com os epyciclos dos antigos. Estas difficuldades é que fazem com que se ache ainda tão atrazado o estudo astronomico dos satellites, com excepção porém da Lua, pelo facto de se achar muito proxima a nós. Na fig. 45 se acham consignados todos os satellites conhecidos até hoje.

Fica assim completado o estudo da constituição estatica e dynamica do nosso mundo, onde se vê o Sol occupando um foco commum ás ellipses descriptas por todos os planetas e cometas e cada planeta por sua vez occupando um foco commum ás ellipses descriptas pelos seus satellites.

Phases da Lua — Syzigias e quadraturas—Eclipses do Sol e da Lua—Passagens de Venus e de Mercurio —Occultações—

Vamos tratar agora do estudo dos phenomenos compostos, que naturalmente nos apresentam certos astros interiores em virtude de sua disposição mutua, afim de ficarmos conhecendo sufficientemente a constituição final da geometria celeste, completando assim o estudo que fizemos até aqui de cada movimento proprio, e que se torna portanto o fundamento necessario para o estudo que vae occupar nossa attenção, pondo alem d'isso em evidencia a realidade e o aperfeiçoamento das especulações astronomicas pela previsão maravilhosamente exacta que nos é dado fazer com relação a esses phenomenos compostos.

Como introducção ao estudo dos eclipses vamos primeiramente apreciar a marcha geral das phases mensaes da Lua, isto é, dos diversos aspectos que ella nos apresenta cada mez, e que são devidos tão sómente á posição que ella occupa a cada instante relativamente á Terra e ao Sol, e, para provar que esses diversos aspectos nada têm de commum com a fórma da Lua, que é perfeitamente redonda como todos os astros interiores,

basta apreciar o seguinte facto: a Lua em seu movimento no céo, atravessando as diversas constellações e achando-se collocada entre nós e a abobada estrellada, nos occultará constantemente diversas estrellas pela frente das quaes ella passar, de sorte que si isso succeder na occasião de quarto crescente ou minguante, a estrella *E*, fig, 62, desapparecerá a nossos olhos sómente quando attingir a linha *A O C*, si a Lua então tiver realmente a fórma *A O C B;* mas, apreciando esse phenomeno, nota-se que a estrella desapparece a nossos olhos justamente quando attinge a circumferencia do circulo *A B C D A* limitado pelo globo lunar; é pois verdade, apezar das apparencias, que a fórma real da Lua é proximamente espherica.

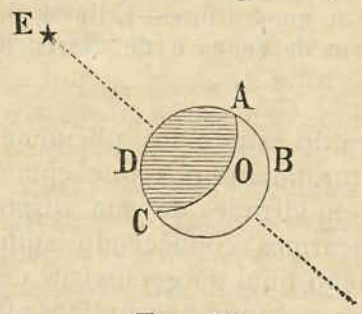

FIG. 62

Vamos ver agora como fica explicado esse phenomeno attendendo á posição relativa da Lua. Esse satellite, reflectindo para nós a luz que lhe é enviada pelo Sol, sua superficie ficará a cada instante dividida em dois hemispherios, um esclarecido e outro não, separados sempre por um plano perpendicular aos raios solares suppostos parallelos; ao mesmo tempo, porem, um plano perpendicular ao raio terrestre, que se dirige a cada passo para o centro da Lua, dividirá por sua vez a superficie lunar em outros dois hemispherios, um dos quaes visivel e outro invisivel

para nós. Acontecerá então que nós só veremos da Lua a porção do hemispherio esclarecido commum ao hemispherio visivel, d'onde resultam, conforme a disposição mutua dos dois planos perpendiculares, um aos raios solares e outro ao raio terrestre, os diversos aspectos, chamados *phases*, que nos apresenta a Lua durante sua revolução ao redor da Terra.

Para apreciar e melhor comprehender essas phases, supponhamos o movimento da Lua circular e uniforme ao redor da Terra, o que não traz inconveniente algum, attendendo ao phenomeno de que se trata. Assim, quando a Lua *L* (fig. 63), está em conjuncção, collocada entre o Sol *S* e a Terra *T*, na posição 1, o seu hemispherio *B C D* esclarecido pelos raios solares, não sendo absolutamente visivel para nós, de cujo lado fica então o hemispherio visivel *D A B*, que se acha completamente na escuridão, acontecerá que n'essa occasião a Lua não será vista no céo e se achará então na phase chamada *lua nova*; na posição 2, onde a metade *D C* do hemispherio esclarecido *D C B* é por sua vez a metade do hemispherio visivel *A D C*, a Lua se nos apresentará sob a fórma de um crescente illuminado, dando logar á phase denominada *quarto crescente*; na posição 3, onde o hemispherio illuminado *B C D* é ao mesmo tempo o hemispherio visivel, a Lua se nos apresentará sob a fórma de um circulo completamente illuminado e estaremos então na phase chamada *lua cheia*; na posição 4, finalmente, dá-se o mesmo que já se havia dado na posição 2, e então a Lua se acha no seu *quarto minguante*.

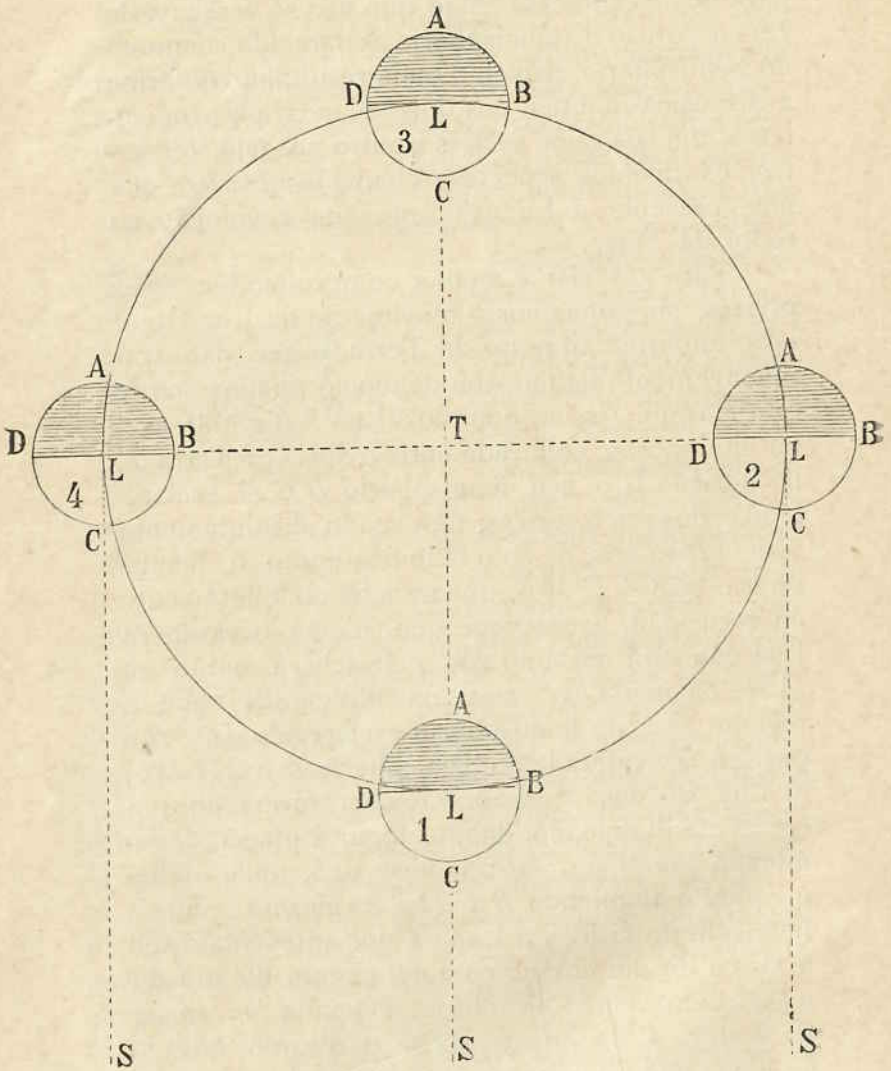

FIG. 63

A' Lua cheia e á lua nova costuma-se dar o nome collectivo de *syzigias*, ao quarto crescente e ao quarto minguante o de *quadraturas* e ás posições intermediarias da Lua dá-se o nome de *oitantes*; na fig. 64 damos uma idéa das diversas configurações que apresenta a Lua em suas phases, as quaes pódem ser perfeitamente observadas no céo, assim como pódem tambem ser caracterizadas geometricamente. Para isso, basta consideramos o angulo que formam entre si a cada instante o raio terrestre TL com a recta SL, que representa o conjuncto dos raios solares, fig. 63; esse angulo, sendo recto por occasião das quadraturas, se annullaria por occasião das syzigias, si a orbita lunar coincidisse com a ecliptica, porque então os dois raios formariam uma linha recta; attendendo

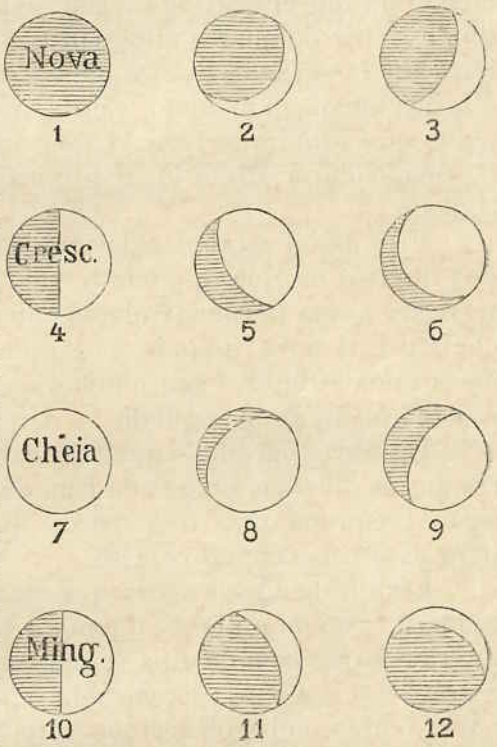

FIG. 64

porém á inclinação d'essas duas orbitas, vê-se que o angulo em questão vae-se tornando cada vez mais agudo a partir do quarto crescente até a Lua cheia, em que elle attinge o seu valor minimo, e que a partir do quarto minguante elle vae-se tornando cada vez mais obtuso até a Lua nova em que elle attinge o seu maximo valor, notando que o plano que contém os lados d'esse angulo torna-se perpendicular á orbita lunar por occasião das syzigias.

Fica assim estabelecido que estaremos num dos quartos da Lua quando o raio Solar e o raio terrestre forem perpendiculares entre si e na Lua cheia e Lua nova quando o angulo formado por esses raios attingir o seu minimo no primeiro caso e o seu maximo no segundo.

Eis ahi explicadas e geometricamente caracterizadas as diversas phases da Lua devidas á disposição reciproca dos tres astros que concorrem para esse espectaculo celeste.

Comprehende-se agora que este estudo se extenderá tambem e identicamente a todos os astros interiores que como a Lua se acharem collocados entre o Sol e a Terra, como seja o planeta Venus, por exemplo, cujas phases são perfeitamente apreciaveis com o auxilio de uma luneta.

Alem da luz emanada directamente do Sol, a Lua recebe ainda uma luz muito fraca que partindo do Sol para a Terra se reflecte para ella, dando logar a que a sua parte escurecida seja vista da Terra illuminada por essa luz, a que se dá o nome de *luz cendrada*, e que se distingue perfeitamente logo depois da Lua nova.

Esse estudo que deixamos feito sobre as phases da Lua nos permitte agora caracterizar a natureza geometrica dos eclipses do Sol e da Lua, que se realizam por motivos differentes uns dos outros.

Tratemos em primeiro logar dos eclipses da Lua e em seguida trataremos dos do Sol.

A Terra *T*, fig. 65, no seu movimento ao redor do Sol *S*, esclarecida a cada passo por esse

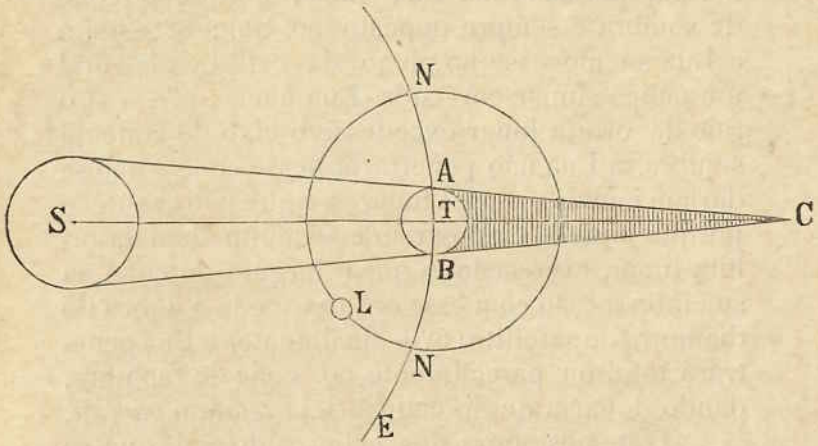

FIG. 65

astro, vae projectando no espaço um cone de sombra *A C B*, cujo eixo se acha constantemente situado no plano da ecliptica. Desta sorte, si a Lua *L* no seu movimento ao redor da Terra *T* vem atravessar a ecliptica *N T E* justamente quando o raio solar *S T* passar por um dos nós *N* de sua orbita, o satellite penetrará no cone de sombra, desapparecendo a nossos olhos, e haverá então um eclipse da Lua.

Vê-se agora que: 1º — Si a Lua caminhasse com uma velocidade egual á da Terra e no plano da ecliptica, não attingiria jamais o cone de sombra, e os eclipses de Lua não existiriam, ou então a Lua permaneceria no cone de sombra e seria eternamente eclipsada, o que não acontece, porém, porque a Lua anda treze vezes proximamente mais do que a Terra, num plano inclinado sobre a ecliptica; 2º — os eclipses da Lua só se podem dar por occasião da Lua cheia, porque o cone de sombra é sempre opposto ao Sol; 3º — si a a Lua se movesse no plano da ecliptica haveria um eclipse lunar em cada Lua cheia; 4º — si o raio da orbita lunar excedesse o eixo do cone de sombra, a Lua não penetraria nesse cone e não se dariam jamais eclipses lunares, o que não acontece porque aquelle eixo extende-se muito alem da orbita lunar, accrescendo que a largura do cone na sua intersecção com essa orbita excede o dobro do diametro do satellite; 5º— finalmente, a Lua penetrará total ou parcialmente no cone de sombra, dando logar a que o eclipse seja *total* ou *parcial*.

Tratemos agora dos eclipses do Sol, que se dão por motivo diverso dos da Lua. A Lua em seu movimento ao redor da Terra fica sempre collocada entre nós e o Sol na época das conjuncções; si nessa occasião ella estiver atravessando a ecliptica, occultará o Sol a nossos olhos, e essa occultação será total si então o diametro apparente da Lua fôr maior que o do Sol, o que póde acontecer; no caso contrario, ella se projectará sobre o Sol, deixando ver ao redor de si um circulo luminoso, dando-se então um eclipse annular.

Vê-se pois que os eclipses solares, podendo ser *totaes* ou *annulares*, só se darão por occasião da Lua nova, porque só então é que a Lua se acha em conjuncção, e isso mesmo si nessa occasião a Lua estiver atravessando a ecliptica.

Ao mesmo tempo que se dá um eclipse total ou annular para alguns habitantes, para outros esse eclipse será parcial, como o indica a fig. 66. Vê-se ahi que para os habitantes da Terra

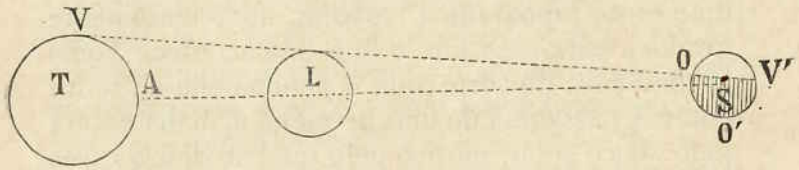

FIG. 66

collocados em *A*, o eclipse do Sol *S* será total ou annular conforme o diametro apparente da Lua *L* fôr então maior ou menor que o do Sol, mas na mesma occasião esse eclipse será parcial para os habitantes collocados em *V*, para os quaes só ficará eclipsada a parte do Sol *V'O'O*, situada abaixo do seu raio visual *VV'*.

Fica explicado agora porque os astronomos deram o nome de *ecliptica* á orbita da Terra, pois que só nesse plano se realizam os eclipses.

De tudo quanto fica dito conclue-se que dado o conhecimento dos elementos astronomicos relativos aos tres astros principaes do nosso mundo, poderemos sempre por um calculo mais ou menos penoso predizer a época precisa dos eclipses, tanto do Sol como da Lua.

Os planetas Venus e Mercurio, sendo susceptiveis de passar entre nós e o Sol, por causa de sua posição relativa, poderiam tambem produzir eclipses solares si seus diametros apparentes fossem sufficientemente grandes, o que não acontece porém, pois que o de Venus, por exemplo, constitue mais ou menos a trigesima parte do do Sol ; de sorte que quando esses planetas se acham em conjuncção inferior, na occasião em que atravessam a ecliptica, deveriam eclipsar o Sol si seus diametros apparentes fossem sufficientemente grandes para esse fim, o que não acontece como já dissemos, de sorte que o phenomeno se reduz então á passagem de uma pequena mancha escura pelo disco solar, motivo pelo qual se deu a esses phenomenos o nome de *passagens*, que os caracteriza perfeitamente.

A passagem de Venus pelo disco solar torna-se um phenomeno astronomico da mais alta importancia, pois que é elle que ultimamente tem servido para determinar com precisão a parallaxe do Sol e portanto sua distancia fundamental ao nosso planeta, da qual dependem como sabemos todas as distancias interplanetarias.

O processo empregado para tal fim consiste em determinar a parallaxe do Sol pela de Venus, mas, sahindo fóra do alcance do nosso programma de estudo, não o consignamos aqui.

E' de notar, entretanto, que as passagens de Mercurio poderiam prestar tambem o mesmo serviço, mas achando-se esse planeta muito proximo ao Sol, a determinação de sua parallaxe se tornaria tão imperfeita como a do Sol, o que não

acontece com o planeta Venus, que se acha muito proximo a nós relativamente.

Tratemos agora das occultações.

Tendo a Lua um diametro apparente sufficientemente grande, e achando-se collocada entre nós e a abobada estrellada, acontecerá muitas vezes que em seu movimento no céo ella virá atravessar o raio visual que partindo de nós vae ter a uma certa estrella, que ficará occulta a nossos olhos durante um certo tempo, e então dá-se a esse phenomeno o nome muito apropriado de *occultação* das estrellas. Do mesmo modo que as estrellas, pódem tambem os planetas ser occultos pela Lua, pois que se acham todos situados entre ella e a esphera celeste.

O phenomeno da occultação dos astros pela Lua nos fornece um meio seguro de determinar as longitudes nauticas, pois com o conhecimento que temos dos movimentos celestes, podemos predizer a época precisa em que se darão esses phenomenos relativamente a diversos astros e durante um tempo futuro tão longo quanto quizermos. Desta sorte os navegantes encontrarão sempre em seu registro os elementos necessarios para determinarem immediatamente a sua posição no mar, conforme já ficou explicado nas nossas primeiras lições, quando tratámos das longitudes nauticas.

Com os quatro satellites que circulam ao redor de Jupiter pódem se dar todos os phenomenos que acabamos de apreciar, pois que, do mesmo modo que a Terra, o planeta circulando ao redor do Sol, projectará a cada instante no

céo um cone de sombra, dentro do qual poderá penetrar qualquer dos seus satellites, que ficará assim eclipsado a nossos olhos por algum tempo; acontecerá tambem que muitas vezes em seu movimento cada um dos satellites passando por detraz do planeta dará logar a uma occultação, dando-se uma passagem todas as vezes que um dos satellites vier passar pela frente do planeta, de modo a atravessar o seu disco.

Como se vê, todos esses phenomenos são muito proprios para a determinação das longitudes, alem de que vêm pôr mais em relevo ainda uma vez a realidade e o enorme aperfeiçoamento das especulações astronomicas, que nos permittem determinar com segurança e precisão admiraveis o aspecto do céo numa dada época, por mais remota que seja.

Tendo completado o estudo dos phenomenos astronomicos que se passam nos corpos celestes, vamos agora fazer applicação desse estudo ao conhecimento dos tempos e dos logares.

Applicação dos estudos astronomicos ao conhecimento dos tempos e dos logares—Dia sideral e dia solar—Tempo solar verdadeiro e tempo solar médio—Equação do tempo—Anno tropico e anno sideral—Calendario e suas reformas—Latitudes e longitudes geographicas.

Depois de ter feito o estudo do conjuncto das theorias que constituem a geometria celeste, resta-nos agora applical-as ao conhecimento dos tempos e dos logares.

Na primeira parte devemos considerar separadamente o tempo marcado pelas estrellas e o marcado pelo Sol. No primeiro, chamado tempo sideral, considera-se o *dia* como sendo o intervallo de tempo comprehendido entre duas passagens consecutivas de uma mesma estrella pelo meridiano do logar considerado, e, como o ponto vernal é arrastado pela esphera celeste com uma velocidade de rotação egual á das estrellas, costuma-se marcar o tempo sideral por esse ponto, de sorte que quando elle passar no meridiano de um logar qualquer as pendulas sideraes do logar deverão marcar $0^h\ 0^m\ 0^s$, sendo que as horas sideraes são contadas seguidamente de 0 a 24 e se divide cada uma em 60 minutos e cada minuto em 60 segundos.

No tempo marcado pelo Sol, chamado tempo solar, dá-se a denominação de *dia* ao intervallo de tempo comprehendido entre duas passagens consecutivas do Sol pelo meridiano do logar. Ora, já vimos nas nossas lições anteriores que o dia solar excede o dia sideral de quatro minutos proximamente, de sorte que se torna facil passar á vontade de um para o outro, com o auxilio d'essa relação.

Já vimos a regularidade com que se realiza o movimento perfeitamente uniforme das estrellas, de modo a tornar absolutamente eguaes os dias sideraes, o que não acontece com o Sol, cujo movimento apparente, feito sobre uma orbita elliptica e alem disso excentrica e inclinada sobre o equador celeste, dá logar a variações na duração do dia correspondente durante o anno, motivo

pelo qual os astronomos preferem o tempo sideral ao tempo solar para as suas especulações, reservando-se este ultimo para os nossos usos civis.

O dia solar divide-se tambem como o dia sideral em 60 minutos e o minuto em 60 segundos.

Como se acaba de ver, o dia solar não apresentando uma certa regularidade em sua marcha e devendo nós referir a elle todas as nossas especulações civis, determinou a creação de um tempo puramente artificial, onde se considera um sol ficticio percorrendo uniformemente o equador no mesmo tempo em que o Sol verdadeiro descreve a ecliptica. Ao tempo marcado pelo Sol verdadeiro dá-se o nome de *tempo solar verdadeiro* e a este outro artificial o de *tempo solar médio*, de sorte que o tempo solar médio será uniforme como o tempo sideral e solar como o tempo verdadeiro.

Comprehende-se agora a impossibilidade de fabricar-se um relogio dando as variações diurnas do Sol verdadeiro na ecliptica e a necessidade que temos de conhecer a relação que existe entre o tempo verdadeiro marcado pelo Sol e o tempo médio marcado pelos nossos relogios, afim de podermos regulal-os constantemente pela observação.

Essa relação é dada pelo que se chama *equação do tempo*, que nos indica justamente a differença diaria entre um e outro tempo, e, o conhecimento que temos dos movimentos celestes nos permitte desde logo determinar essa relação para a totalidade do anno, concluindo d'ahi que os dois tempos devem coincidir quatro vezes durante o anno, tornando então nulla a equação do tempo.

No *Connaissance des Temps*, como em todos os almanaks astronomicos, encontra-se consignada a equação do tempo, isto é, a differença entre o tempo solar verdadeiro e o tempo solar médio, para todo o anno.

Em resumo, temos a considerar em astronomia tres especies de tempo, a saber: o *tempo sideral* marcado pelas estrellas, o *tempo solar verdadeiro* marcado pelo movimento apparente do Sol na ecliptica e o *tempo solar médio* marcado pelo movimento de um Sol ficticio percorrendo uniformemente o equador no mesmo tempo em que o Sol verdadeiro percorre desegualmente a ecliptica.

Quanto agora ao anno, temos a considerar o *anno tropico* e o *anno sideral*. O primeiro é o intervallo de tempo comprehendido entre duas coincidencias consecutivas do centro do Sol com o ponto vernal e o segundo é o intervallo de tempo comprehendido entre duas passagens consecutivas do Sol pelo mesmo ponto do céo.

Ora, comprehende-se agora que em virtude do deslocamento do ponto vernal, devido á precessão dos equinoxios, o anno tropico deve ser mais curto que o anno sideral. Tem-se avaliado em $365^{d}\ 5^{h}\ 48^{m}\ 50^{s}$ a extensão do anno tropico, que é o empregado nos nossos usos civis.

Vê-se pois que os periodos relativos aos dois movimentos simultaneos do nosso planeta ao redor do Sol, isto é, o *dia* e o *anno*, não são um multiplo exacto um do outro, de sorte que a instituição dos annos civis apresenta uma discordancia, aliás inevitavel, com o conjuncto dos phe-

nomenos celestes, dando logar á uma série de reformas no nosso calendario, das quaes a principal foi a estabelecida por Julio Cesar, instituindo os annos bissextos pela intercalação de um dia em cada quatro annos no mez de Fevereiro, por isso que elle considerava o anno constituido por 365 1/4 dias, o que não é verdadeiramente exacto.

Aconteceu então que em 1582 o equinoxio da primavera em vez de dar-se a 21 de Março deu-se a 10, como era de esperar, pois que o anno não se compondo exactamente de 365 1/4 dias, como estabelecera Julio Cesar, o erro assim commettido foi-se accumulando até elevar-se a dez dias no anno citado.

Gregorio XIII, então, estabeleceu que o dia 5 de Outubro de 1752 se chamasse 15 e não 5, e que durante os quatrocentos annos seguintes só houvesse 99 annos bissextos em vez de 100, como devia ser pela reforma juliana. Por essa reforma chamada gregoriana, o anno ficou constituido por 375,^{d} 2425, que pouco differe do anno tropico, de sorte a dar a diminuta differença de um dia no longo intervallo de 40 seculos. Assim pois a reforma gregoriana poderá bastar para um grande numero de seculos.

Para finalizar o nosso estudo, resta-nos agora fazer applicação dos conhecimentos astronomicos á determinação dos logares terrestres.

Na primeira parte do nosso curso, quando tratámos do estudo da astronomia cultivada pelos antigos, ficou bem estabelecido o modo de determinar a latitude de um logar qualquer da Terra por meio das estrellas circumpolares, de sorte a

ter-se-nos tornado bastante familiar essa determinação pelo processo citado.

Quanto á determinação das longitudes, muito mais difficil que a das latitudes, já sabemos tambem que ella se faz com o auxilio dos diversos phenomenos celestes, como sejam os eclipses, as occultações, etc., cujas épocas admiravelmente prenunciadas são inscriptas em almanacks, feitos para durante tres annos futuros, e dos quaes se servem os navegantes para determinarem a sua longitude no mar pela differença de hora entre o logar onde se acham e o observatorio principal, conforme ficou perfeitamente explicado na primeira parte do nosso curso e melhor comprehendido agora.

Eis-nos chegados ao termo final do nosso estudo, durante o qual conseguimos adquirir um conhecimento exacto da constituição intima do nosso systema planetario, de sorte a podermos prever numa época dada e com uma precisão maravilhosamente exacta a posição relativa dos corpos celestes, resolvendo assim plenamente o problema geral da astronomia e realizando ao mesmo tempo o preceito scientifico — *Conhecer para prever afim de prover* — citado no começo do nosso estudo.

FIM

INDICE

INDICE

Introducção

PAGS.

Definição e dominio da astronomia, seu problema geral e sua divisão 5

Circulos da esphera celeste—Coordenadas astronomicas . . 11

PRIMEIRA PARTE

Astronomia Antiga

Lei do movimento diurno da esphera celeste—Pontos cardeaes—Meridiana—Determinação da altura do polo . . 17

Processos destinados á verificação do movimento espherico e uniforme da esphera celeste 25

Modificações que apresenta o espectaculo diario do céo em virtude do movimento proprio dos astros interiores—Estudo especial do movimento apparente do Sol—Obliquidade da ecliptica—Solsticios—Pontos equinoxiaes 30

Theoria astronomica das estações 43

Variações que apresenta o espectaculo diario do céo para os observadores collocados sobre um mesmo meridiano terrestre—Latitudes geographicas—Demonstração mathematica da esphericidade da Terra—Theoria astronomica dos climas 49

Variações que apresenta o espectaculo diario do céo para os observadores collocados sobre um mesmo parallelo terrestre—Longitudes geographicas e nauticas. 59

Systema de Ptoloméo—Observações gnomonicas — Quadrantes solares 70

SEGUNDA PARTE

Geometria Celeste

PAGS.

Refracções astronomicas—Crepusculos—Parallaxes 81

Distancias inter-planetarias—Regra de Képler para reter de memoria essas distancias 90

Figura e dimensões dos astros interiores—Diametro apparente e verdadeiro—Montanhas planetarias—Atmospheras celestes 96

Fórma da Terra e suas dimensões 103

Rotação dos astros interiores—Inclinação do eixo de rotação—Duração da rotação—Egualdade entre a rotação e a translação dos satellites—Librações da Lua . . . , 108

Determinação dos planos das orbitas dos astros interiores e do tempo de duração de suas revoluções—Linha dos nós—Longitude do nó—Nó ascendente e nó descendente 114

Estudo especial do movimento de rotação da Terra—Systema de Copernico 121

Estudo especial do movimento de translação da Terra—Precessão, nutação, estações e retrogradações planetarias—Opposição e conjuncção—Aberração 130

Leis de Képler—Orbitas excentricas e ellipticas—Movimento dos cometas e dos satellites. 144

Phases da Lua—Syzigias e quadraturas—Eclipses do Sol e da Lua—Passagens de Venus e de Mercurio—Occultações 153

Applicação dos estudos astronomicos ao conhecimento dos tempos e dos logares—Dia sederal e dia solar—Tempo solar verdadeiro e tempo solar médio—Equação do tempo—Anno tropico e anno sideral—Calendario e suas reformas—Latitudes e longitudes geographicas.. 164